Lycée Édouard Herriot. Entrée en seconde.

Quelques rudiments mathématiques à réviser.

L'apprentissage des mathématiques au lycée est tout à fait accessible aux élèves faisant preuve de motivation, curiosité et volonté.
Quelques préambules sont absolument nécessaires à la découverte et à l'intégration de nouvelles notions.
Un travail régulier, sans pression, mais avec précision, dès cet été, pourra permettre de consolider des bases.
Ce travail engendrera peut-être des questionnements : il est important de les apporter à la rentrée pour que les enseignants puissent y répondre.
Il est indispensable de soigner l'écrit, en écrivant peu, mais bien, avec le plus de lisibilité possible : les symboles mathématiques, avec exposant, indice etc. vont progressivement s'étoffer. Les imprécisions et écritures indéchiffrables engendrent des erreurs systématiques et des confusions dans les apprentissages.
S'entrainer dès cet été à écrire avec concision et précision sera un véritable atout.

Une feuille d'exercices est fournie avec le dossier d'inscription.
Il est indispensable d'effecteur ce travail sérieusement.

1. **Tables de multiplication.**
   Merci de les réviser vraiment. Une calculatrice permet d'effectuer des calculs, certes, mais l'usage permanent de la calculatrice n'aide pas à déterminer avec aisance des facteurs communs.

2. **Priorités calculatoires.**
   On effectue en priorité les calculs entre parenthèses, en commençant par les plus intérieures, les calculs de puissances, les multiplications (et divisions), puis les additions (et soustractions).
   Exemple : $2 \times 10 - 9 \times (5 + 3 \times 2 - 2) = 20 - 9 \times (5 + 6 - 2) = 20 - 9 \times 9 = -61$

3. **Fractions.**
   (a) **Simplification.**
   Exemples : $\dfrac{15}{39} = \dfrac{3 \times 5}{3 \times 13} = \dfrac{5}{13}$; $\dfrac{12}{60} = \dfrac{12 \times 1}{12 \times 5} = \dfrac{1}{5}$; $\dfrac{-5}{-5} = 1$; $\dfrac{16}{2} = 8$

   (b) **Somme et différence.**
   Pour additionner ou soustraire des fractions, il est nécessaire de les réduire au même dénominateur.
   Exemples : $\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{1 \times 2}{3 \times 2} + \dfrac{1 \times 3}{2 \times 3} = \dfrac{2}{6} + \dfrac{3}{6} = \dfrac{5}{6}$; $\dfrac{7}{8} - \dfrac{3}{4} = \dfrac{7}{8} - \dfrac{3 \times 2}{4 \times 2} = \dfrac{7}{8} - \dfrac{6}{8} = \dfrac{1}{8}$

   (c) **Produit de deux fractions.**
   Pour multiplier deux fractions il est inutile de les réduire au même dénominateur.
   Exemples : $\dfrac{-7}{3} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{-7 \times 2}{3 \times 5} = \dfrac{-14}{15}$; $\dfrac{20}{9} \times \dfrac{21}{44} = \dfrac{20 \times 21}{9 \times 44} = \dfrac{4 \times 5 \times 3 \times 7}{3 \times 3 \times 4 \times 11} = \dfrac{5 \times 7}{3 \times 11} = \dfrac{35}{33}$

   (d) **Produit d'un entier et d'une fraction.**
   Exemple : $5 \times \dfrac{3}{7} = \dfrac{5 \times 3}{7} = \dfrac{15}{7}$

   (e) **Quotient de fractions.**
   Diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse.
   $$\text{Exemple : } \frac{\frac{4}{21}}{\frac{6}{49}} = \frac{4}{21} \times \frac{49}{6} = \frac{4 \times 49}{21 \times 6} = \frac{2 \times 2 \times 7 \times 7}{3 \times 7 \times 2 \times 3} = \frac{14}{9}$$

4. **Puissances.**
   Pour effectuer des calculs utilisant des puissances il est important de se représenter la signification concrète de ce que l'on écrit.

   Exemples : $2^3 = 2 \times 2 \times 2$ (2 multiplié par lui même trois fois). De même 2^5 signifie cinq facteurs 2.
   Donc très naturellement : $2^3 \times 2^5 = 2^8$ (on associe les facteurs 2 et on en obtient huit).

- $\dfrac{3^7}{3^5} = 3^2$ (c'est une simplification de fraction car il y a cinq facteurs communs 3 au numérateur et au dénominateur)

On comprend que cela peut s'écrire : $\dfrac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2$

- $5^3 \times 7^3 = (5 \times 7)^3$ (comme il y a trois facteurs 5 et trois facteurs 7 on peut les associer).

- $\dfrac{2^5}{7^5} = \left(\dfrac{2}{7}\right)^5$ (c'est l'application de la définition de la notation puissance et la multiplication de fractions).

- $\left(3^5\right)^2 = 3^{2\times 5} = 3^{10}$ (il y a cinq facteurs 3, multipliés par cinq autres facteurs 3, donc au total dix facteurs 3).

L'exposant -1 associé à un nombre non nul signifie inverse de ce nombre : $5^{-1} = \dfrac{1}{5}$.

Remarques : $5 \times \dfrac{1}{5} = 1$ et $5 \times 5^{-1} = 5^{1-1} = 5^0 = 1$ on a donc également : $5^{-7} = \left(5^{-1}\right)^7 = \left(\dfrac{1}{5}\right)^7 = \dfrac{1^7}{5^7} = \dfrac{1}{5^7}$

D'autres exemples : $\dfrac{11^3}{11^9} = 11^{3-9} = 11^{-6} = \dfrac{1}{11^6}$; $\qquad 4^7 = (2^2)^7 = 2^{14}$

Une erreur classique :
Beaucoup d'élèves confondent -1^2 et $(-1)^2$. Dans l'expression -1^2, la carré porte sur 1, avec un signe $-$ devant ce carré, donc $-1^2 = -1$. En revanche dans l'expression $(-1)^2$, le carré porte sur (-1), donc $(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$.

5. **Développement, factorisation.**

   (a) **Développer** c'est transformer un produit en somme.
   Exemples : $3 \times (2x+1) = 3 \times 2x + 3 \times 1 = 6x + 3$ $\qquad 2x(5x-7) = 2x \times 5x - 2x \times 7 = 10x^2 - 14x$

   (b) **Factoriser** c'est transformer une somme en produit.
   Exemples : $28x - 7 = 7 \times 4x - 7 \times 1 = 7 \times (4x-1)$ $\qquad 18x^2 - 24x = 6x \times 3x - 6x \times 4 = 6x(3x-4)$

   (c) **Double distributivité.**
   Exemple : $(2x-5)(1-3x) = 2x \times 1 + 2x \times (-3x) - 5 \times 1 - 5 \times (-3x) = 2x - 6x^2 - 5 + 15x = -6x^2 + 17x - 5$

   (d) **Une identité remarquable** est au programme du collège : $\boxed{a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)}$.
   Exemples : $(x-3)(x+3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$ $\qquad 4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x-5)(2x+5)$

   $98 \times 102 = (100-2) \times (100+2) = 100^2 - 2^2 = (10^2)^2 - 4 = 10^4 - 4 = 9996$

6. **Résolution d'équations du premier ordre.**
   Pour résoudre les équations vues au collège, on isole l'inconnue (généralement notée x) en utilisant deux techniques (qui sont les bases étymologiques du mot algèbre) :
   — on peut ajouter ou retrancher un même nombre dans chaque membre d'une égalité ;
   — on peut multiplier ou diviser chaque membre d'une égalité par un même nombre (non nul si division).

Exemples : $x + 5 = 18$ équivaut à $x + 5 - 5 = 18 - 5$ soit $x = 13$

- $x - 17 = 131$ équivaut à $x - 17 + 17 = 131 + 17$ soit $x = 138$

- $7x = 98$ équivaut à $\dfrac{1}{7} \times 7x = \dfrac{1}{7} \times 98$ soit $x = \dfrac{98}{7} = 14$

- $2x - 9 = 24$ équivaut à $2x = 24 + 9$ (on ajoute 9 aux deux membres) soit $2x = 33$ et donc $x = \dfrac{33}{2}$

- $5 - 3x = 80$ équivaut à $-3x = 80 - 5$ soit $-3x = 75$ soit $x = \dfrac{75}{-3} = -25$ (pour isoler x on a divisé les deux membres de l'égalité par -3).