

QUELQUES RUDIMENTS MATHÉMATIQUES À RÉVISER.

L'apprentissage des mathématiques au lycée est tout à fait accessible aux élèves faisant preuve de motivation, curiosité et volonté. Quelques préambules sont absolument nécessaires à la découverte et à l'intégration de nouvelles notions.

Un travail régulier, sans pression, mais avec précision, dès cet été, pourra permettre de consolider des bases.

Ce travail engendrera peut-être des questionnements : il est important de les apporter à la rentrée pour que les enseignants puissent y répondre.

Il est indispensable de soigner l'écrit, en écrivant peu, mais bien, avec le plus de lisibilité possible : les symboles mathématiques, avec exposant, indice etc. vont progressivement s'étoffer. Les imprécisions et écritures indéchiffrables engendrent des erreurs systématiques et des confusions dans les apprentissages.

S'entraîner dès cet été à écrire avec concision et précision sera un véritable atout.

UNE FEUILLE D'EXERCICES EST FOURNIE AVEC LE DOSSIER D'INSCRIPTION.

IL EST INDISPENSABLE D'EFFECTUER CE TRAVAIL SÉRIEUSEMENT.

1. Tables de multiplication.

Merci de les réviser vraiment. Une calculatrice permet d'effectuer des calculs, certes, mais l'usage permanent de la calculatrice n'aide pas à déterminer avec aisance des facteurs communs.

2. Priorités calculatoires.

On effectue en priorité les calculs entre parenthèses, en commençant par les plus intérieures, les calculs de puissances, les multiplications (et divisions), puis les additions (et soustractions).

Exemple : $2 \times 10 - 9 \times (5 + 3 \times 2 - 2) = 20 - 9 \times (5 + 6 - 2) = 20 - 9 \times 9 = -61$

3. Fractions.

(a) Simplification.

$$\text{Exemples : } \frac{15}{39} = \frac{3 \times 5}{3 \times 13} = \frac{5}{13}; \quad \frac{12}{60} = \frac{12 \times 1}{12 \times 5} = \frac{1}{5}; \quad \frac{-5}{-5} = 1; \quad \frac{16}{2} = 8$$

(b) Somme et différence.

Pour additionner ou soustraire des fractions, il est nécessaire de les réduire au même dénominateur.

$$\text{Exemples : } \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} + \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}; \quad \frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \frac{7}{8} - \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{7}{8} - \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$$

(c) Produit de deux fractions.

Pour multiplier deux fractions il est inutile de les réduire au même dénominateur.

$$\text{Exemples : } \frac{-7}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{-7 \times 2}{3 \times 5} = \frac{-14}{15}; \quad \frac{20}{9} \times \frac{21}{44} = \frac{20 \times 21}{9 \times 44} = \frac{4 \times 5 \times 3 \times 7}{3 \times 3 \times 4 \times 11} = \frac{5 \times 7}{3 \times 11} = \frac{35}{33}$$

(d) Produit d'un entier et d'une fraction.

$$\text{Exemple : } 5 \times \frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{7} = \frac{15}{7}$$

(e) Quotient de fractions.

Diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse.

$$\text{Exemple : } \frac{\frac{4}{21}}{\frac{6}{49}} = \frac{4}{21} \times \frac{49}{6} = \frac{4 \times 49}{21 \times 6} = \frac{2 \times 2 \times 7 \times 7}{3 \times 7 \times 2 \times 3} = \frac{14}{9}$$

4. Puissances.

Pour effectuer des calculs utilisant des puissances il est important de se représenter la signification concrète de ce que l'on écrit.

Exemples : $2^3 = 2 \times 2 \times 2$ (2 multiplié par lui même trois fois). De même 2^5 signifie cinq facteurs 2.

Donc très naturellement : $2^3 \times 2^5 = 2^8$ (on associe les facteurs 2 et on en obtient huit).

- $\frac{3^7}{3^5} = 3^2$ (c'est une simplification de fraction car il y a cinq facteurs communs 3 au numérateur et au dénominateur)

On comprend que cela peut s'écrire : $\frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2$

- $5^3 \times 7^3 = (5 \times 7)^3$ (comme il y a trois facteurs 5 et trois facteurs 7 on peut les associer).
- $\frac{2^5}{7^5} = \left(\frac{2}{7}\right)^5$ (c'est l'application de la définition de la notation puissance et la multiplication de fractions).
- $(3^5)^2 = 3^{2 \times 5} = 3^{10}$ (il y a cinq facteurs 3, multipliés par cinq autres facteurs 3, donc au total dix facteurs 3).

L'exposant -1 associé à un nombre non nul signifie inverse de ce nombre : $5^{-1} = \frac{1}{5}$.

Remarques : $5 \times \frac{1}{5} = 1$ et $5 \times 5^{-1} = 5^{1-1} = 5^0 = 1$ on a donc également : $5^{-7} = (5^{-1})^7 = \left(\frac{1}{5}\right)^7 = \frac{1^7}{5^7} = \frac{1}{5^7}$

D'autres exemples : $\frac{11^3}{11^9} = 11^{3-9} = 11^{-6} = \frac{1}{11^6}$; $4^7 = (2^2)^7 = 2^{14}$

Une erreur classique :

Beaucoup d'élèves confondent -1^2 et $(-1)^2$. Dans l'expression -1^2 , la carré porte sur 1, avec un signe $-$ devant ce carré, donc $-1^2 = -1$. En revanche dans l'expression $(-1)^2$, le carré porte sur (-1) , donc $(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$.

5. Développement, factorisation.

- (a) **Développer** c'est transformer un produit en somme.

Exemples : $3 \times (2x + 1) = 3 \times 2x + 3 \times 1 = 6x + 3$

$$2x(5x - 7) = 2x \times 5x - 2x \times 7 = 10x^2 - 14x$$

- (b) **Factoriser** c'est transformer une somme en produit.

Exemples : $28x - 7 = 7 \times 4x - 7 \times 1 = 7 \times (4x - 1)$

$$18x^2 - 24x = 6x \times 3x - 6x \times 4 = 6x(3x - 4)$$

- (c) **Double distributivité.**

Exemple : $(2x - 5)(1 - 3x) = 2x \times 1 + 2x \times (-3x) - 5 \times 1 - 5 \times (-3x) = 2x - 6x^2 - 5 + 15x = -6x^2 + 17x - 5$

- (d) **Une identité remarquable** est au programme du collège : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Exemples : $(x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

$$4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x - 5)(2x + 5)$$

$$98 \times 102 = (100 - 2) \times (100 + 2) = 100^2 - 2^2 = (10^2)^2 - 4 = 10^4 - 4 = 9996$$

6. Résolution d'équations du premier ordre.

Pour résoudre les équations vues au collège, on isole l'inconnue (généralement notée x) en utilisant deux techniques (qui sont les bases étymologiques du mot algèbre) :

- on peut ajouter ou retrancher un même nombre dans chaque membre d'une égalité ;
- on peut multiplier ou diviser chaque membre d'une égalité par un même nombre (non nul si division).

Exemples : $x + 5 = 18$ équivaut à $x + 5 - 5 = 18 - 5$ soit $x = 13$

- $x - 17 = 131$ équivaut à $x - 17 + 17 = 131 + 17$ soit $x = 138$

- $7x = 98$ équivaut à $\frac{1}{7} \times 7x = \frac{1}{7} \times 98$ soit $x = \frac{98}{7} = 14$

- $2x - 9 = 24$ équivaut à $2x = 24 + 9$ (on ajoute 9 aux deux membres) soit $2x = 33$ et donc $x = \frac{33}{2}$

- $5 - 3x = 80$ équivaut à $-3x = 80 - 5$ soit $-3x = 75$ soit $x = \frac{75}{-3} = -25$ (pour isoler x on a divisé les deux membres de l'égalité par -3).