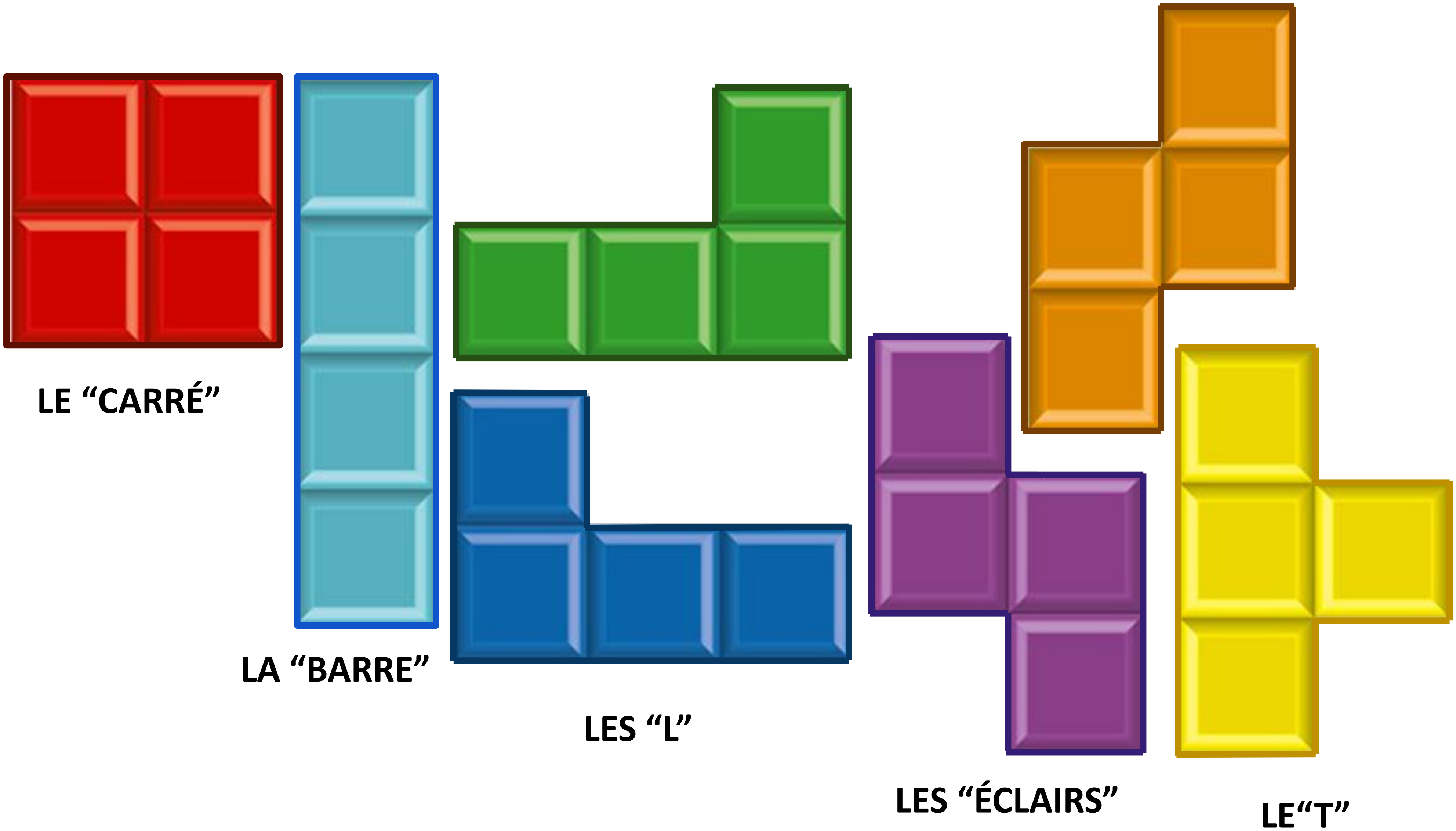
TETRiS

Lycées Jean Paul Sartre (Bron) et Edouard Herriot (Lyon 6ème)

Notre problématique :

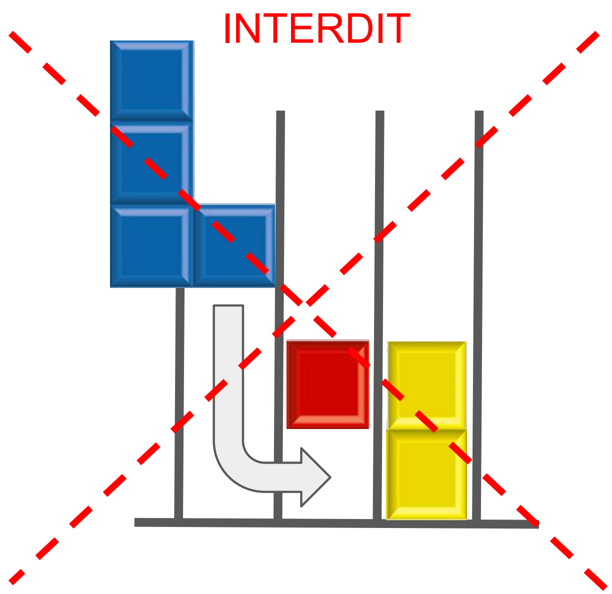
Peut-on jouer au Tetris indéfiniment ?

Les différentes pièces



Les règles

Dans notre recherche, on a suivi les règles suivantes :



Ce qui est autorisé:
- Tourner la pièce
- Déplacer latéralement les pièces

Ce qui est interdit:
- Retourner la pièce par symétrie
- La faire glisser en dessous d'autres pièces

⚠ Si une ligne est remplie, elle se supprime et les blocs tombent d'une ligne. (Si deux lignes se remplissent les blocs tombent de deux).

Si on atteint le haut de la matrice on perd.

Les règles

Pour simplifier le problème, on s'est limité à :

- un ensemble de pièces
- une largeur de tableau
- une vision (1 = la pièce, 2 = la pièce et celle d'après)

et on a déterminé des ordres dans les pièces.

Alors est-ce possible ?

Plan

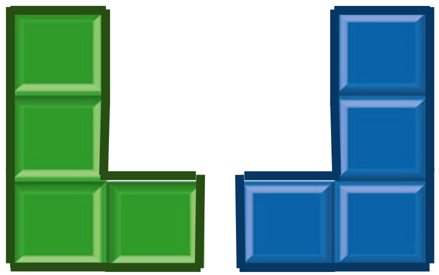
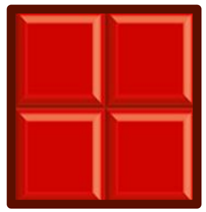
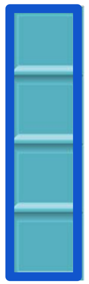
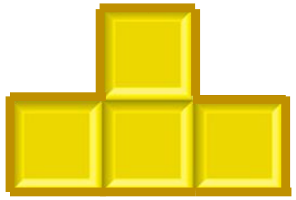
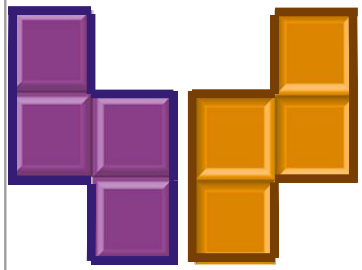
1. Résultats avec une seule pièce

2. Combinaisons de 2 pièces

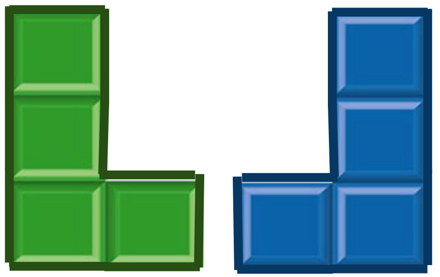
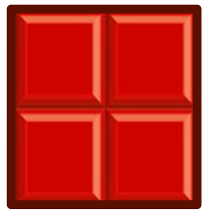
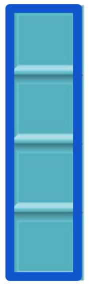
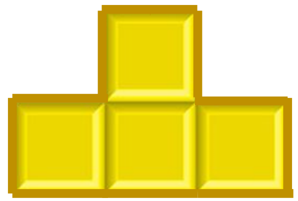
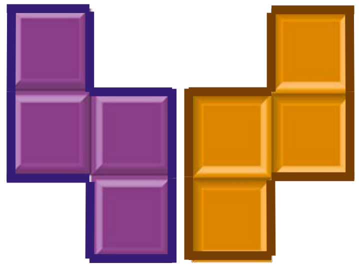
3. Approche algorithmique

Résultats avec une seule pièce

Pour 2 colonnes :

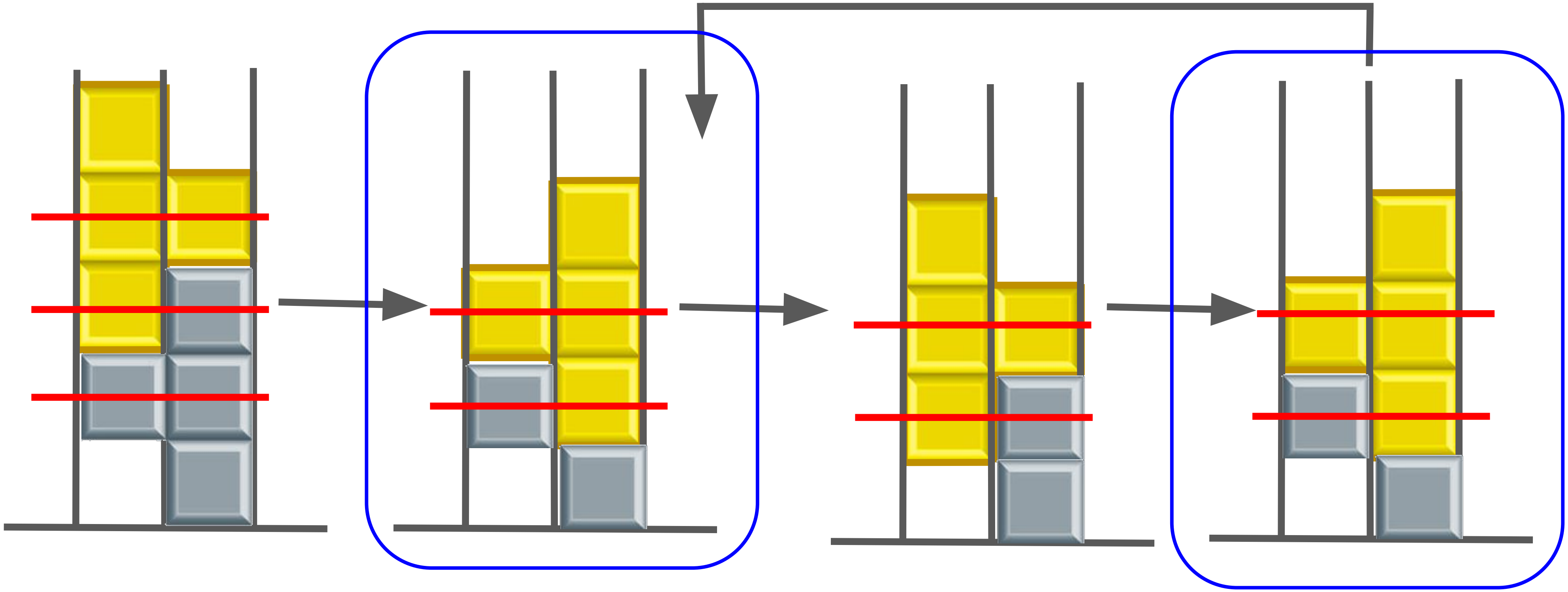
				
POSSIBLE✅	POSSIBLE✅	POSSIBLE✅	POSSIBLE✅	POSSIBLE✅

Pour 3 colonnes :

				
POSSIBLE✅	IMPOSSIBLE ❌	POSSIBLE✅	POSSIBLE✅	IMPOSSIBLE ❌

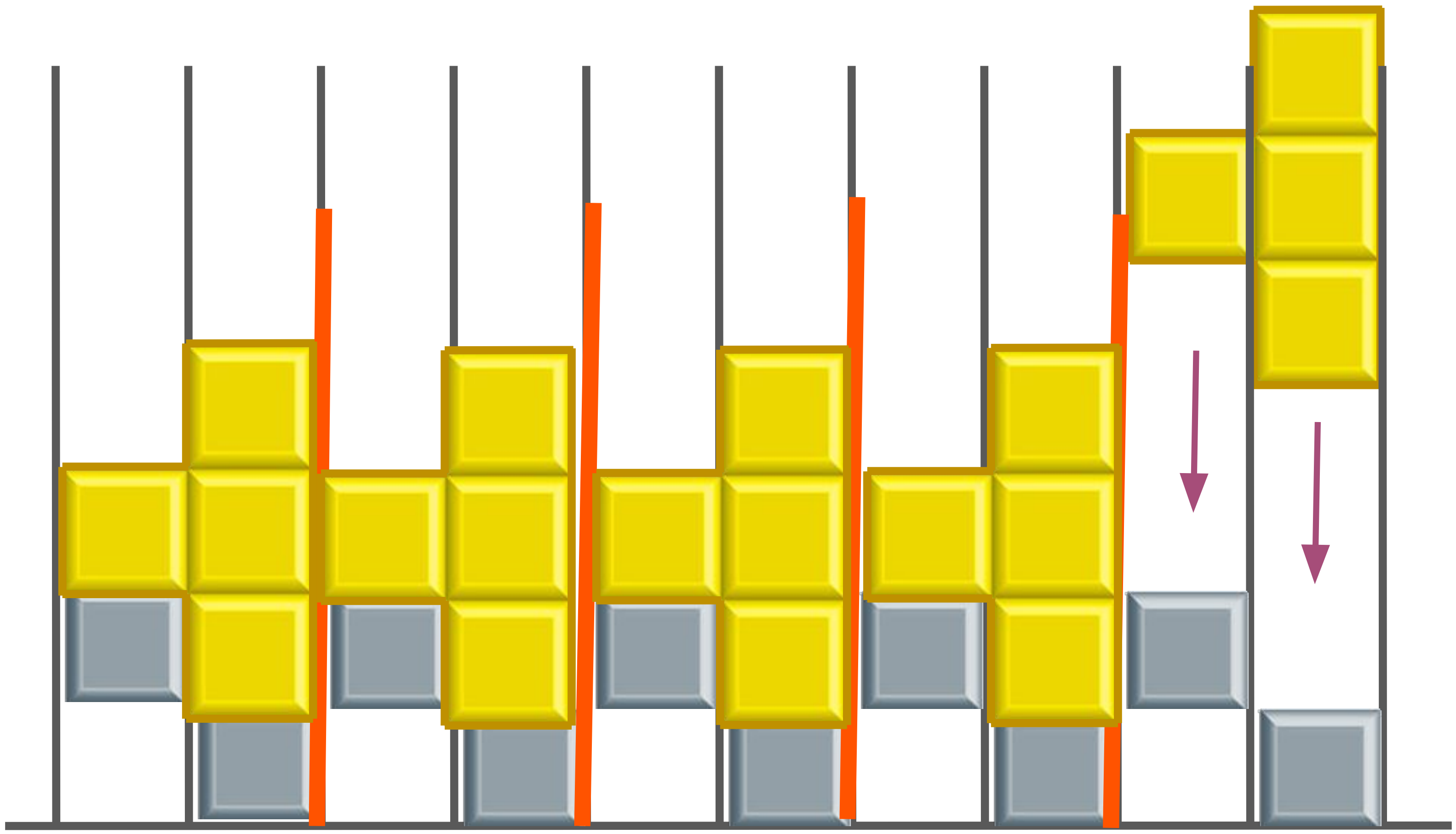
Démonstration pour le "T"

Pour 2 colonnes :



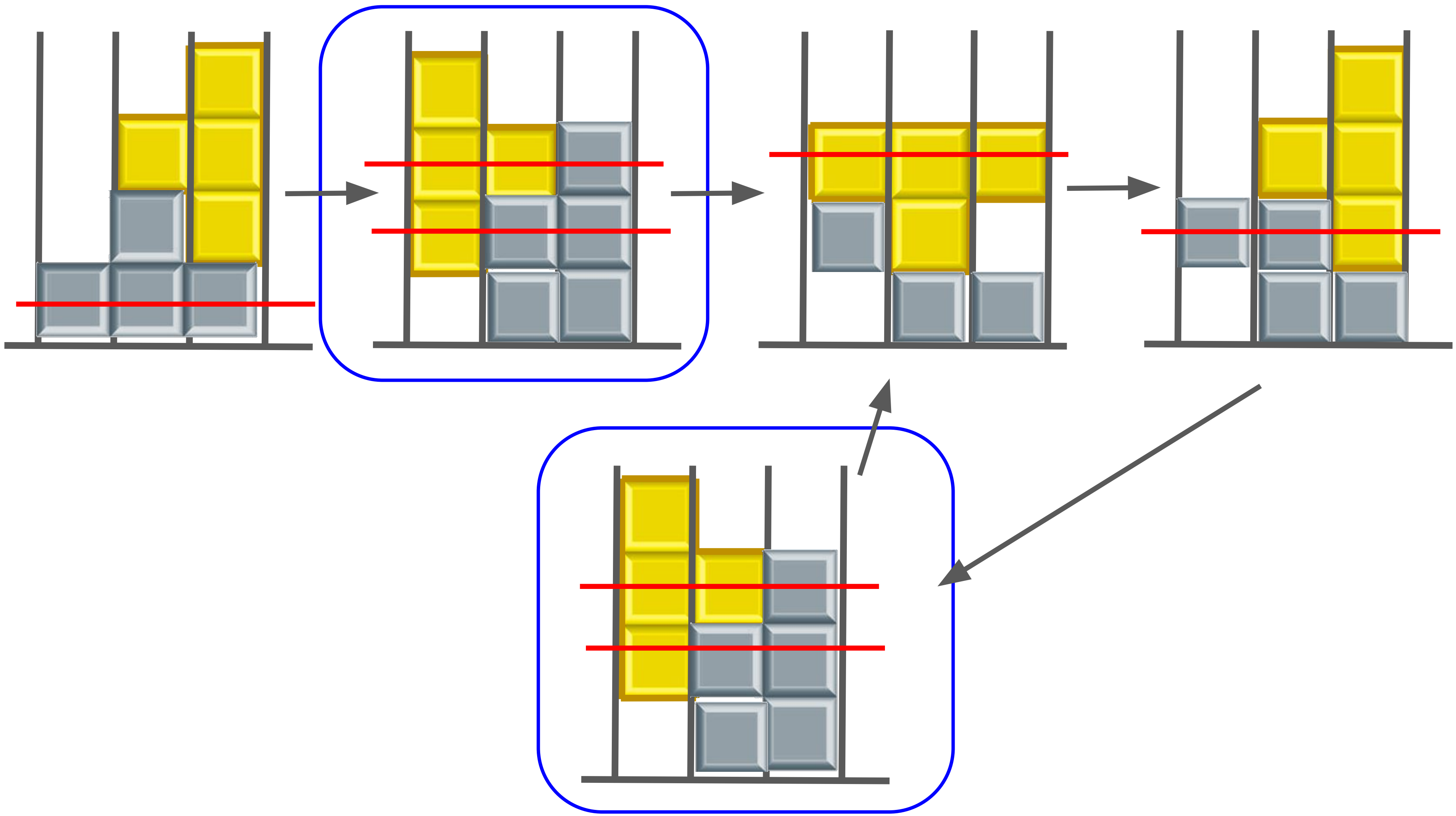
Démonstration pour le "T"

Association de colonnes par 2 :



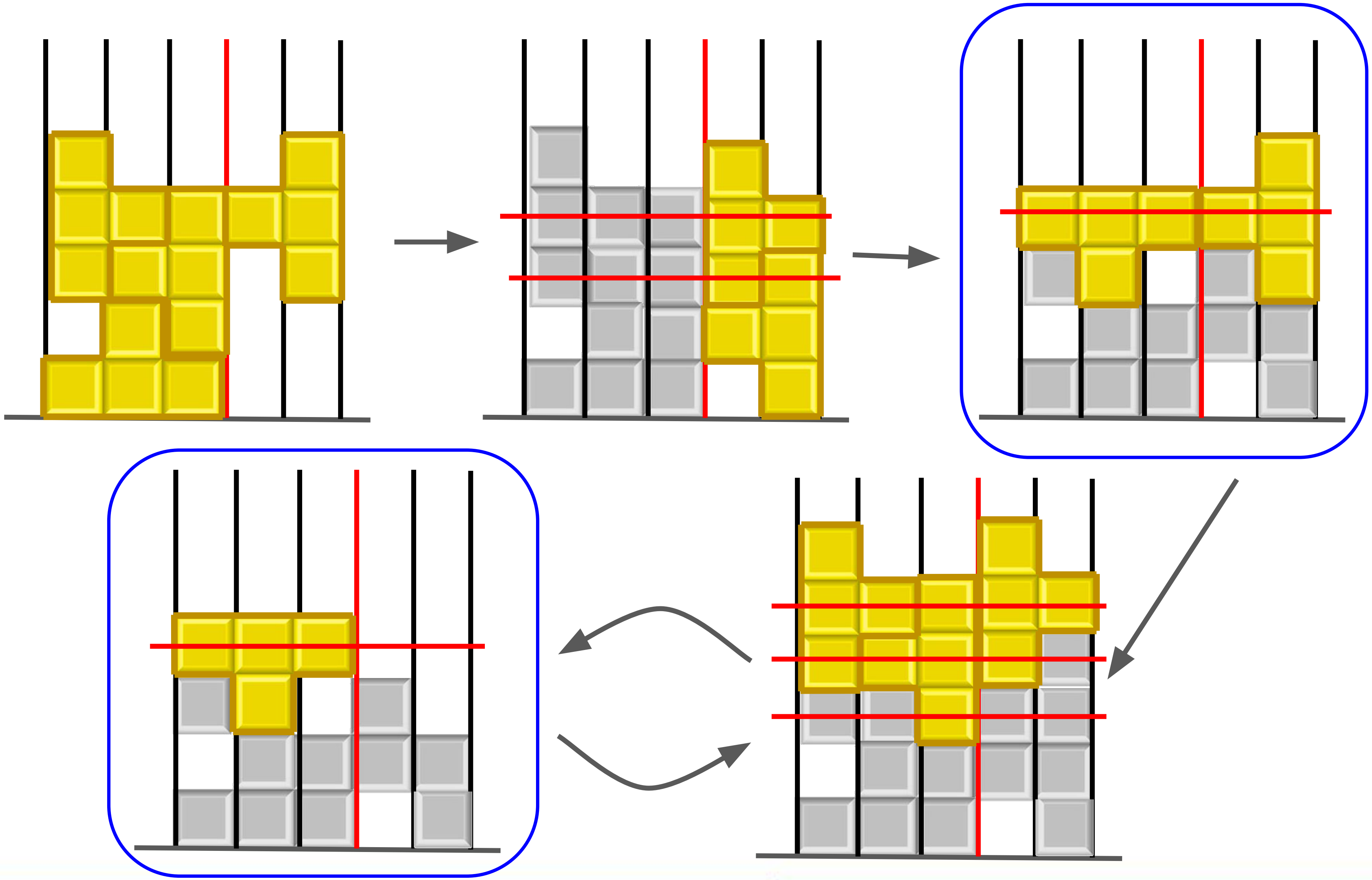
Démonstration pour le "T"

Pour 3 colonnes :



Démonstration pour le "T"

Combinaison de colonne paire et impaire :

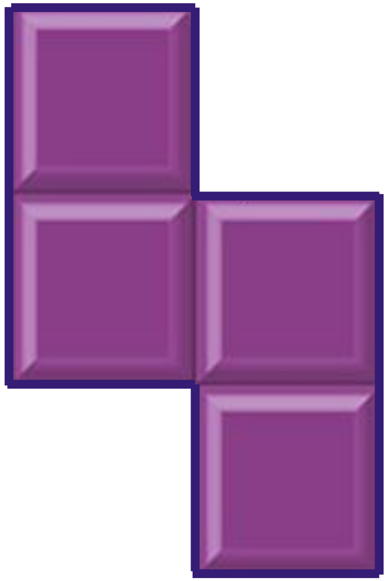


Démonstration pour le “T”

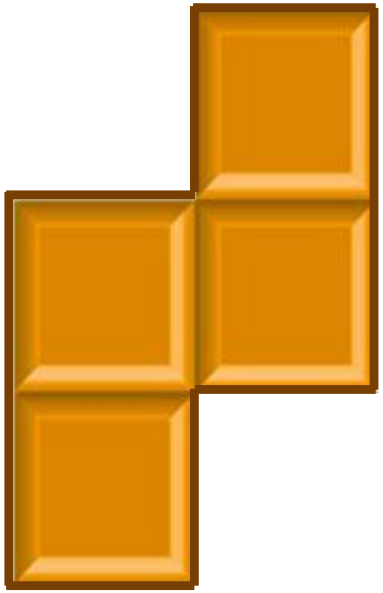
Conclusion :

- On peut jouer sur 2 colonnes à l’infini
- On peut jouer à l’infini en associant les colonnes de 2 entre elles
  $\longrightarrow$ On peut jouer à l’infini sur un nombre de colonnes pair
- On peut jouer à l’infini en associant une colonne de 2 avec une colonne de 3
  $\longrightarrow$ On peut jouer à l’infini sur un nombre de colonnes impair supérieur ou égal à 3

Éclair dans une largeur impaire $2k + 1$



ou



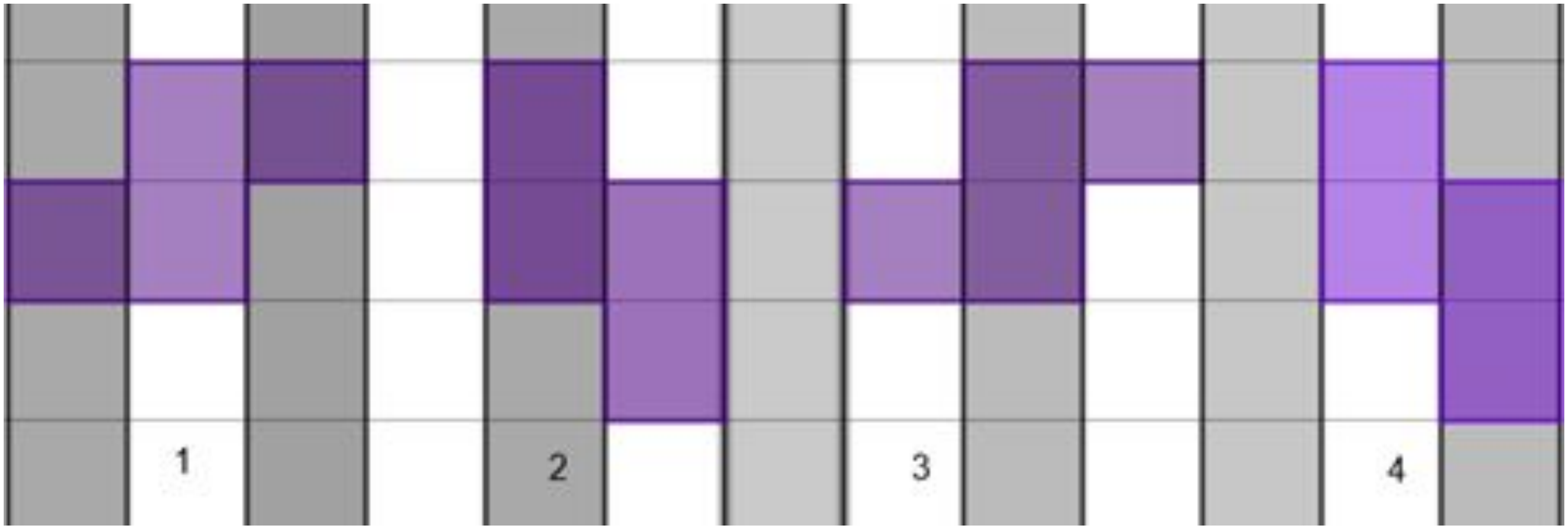
<u>Résultat:</u> Si on joue avec un seul éclair sur une largeur impaire, alors on ne peut pas jouer indéfiniment.

Éclair dans une largeur impaire 2k + 1

Il y a deux manières de placer l’éclair:

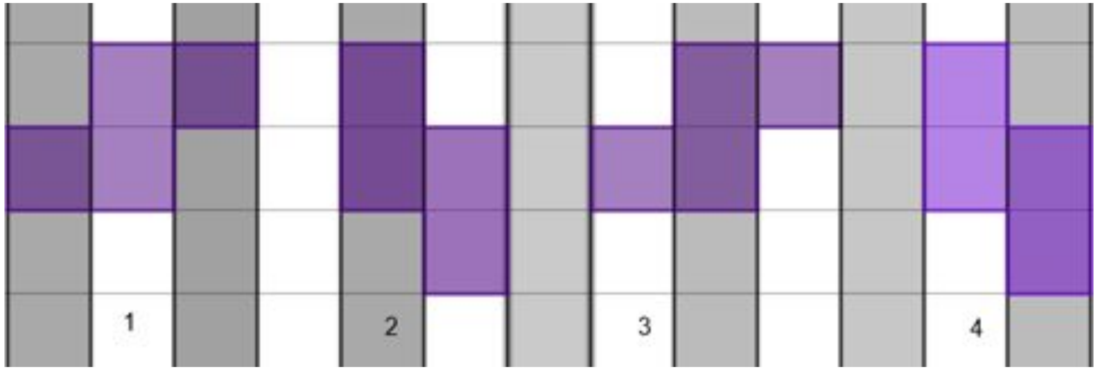
- debout
- couché

Et on peut les faire commencer dans une colonne paire ou une colonne impaire.



Les colonnes impaires sont noires et les colonnes paires sont blanches

Éclair dans une largeur impaire 2k + 1



	Carrés blancs (colonnes paires)	Carrés noirs (colonnes impaires)
Lorsque l'on met une pièce	+2	+2
Dans une ligne	k	k+1

- ➢ En posant une pièce on remplit autant de carrés blancs que de carrés noirs.
- ➢ En supprimant une ligne, on supprime plus de carrés noirs que de blancs.
- ➢ Donc il y aura une accumulation de carrés blancs

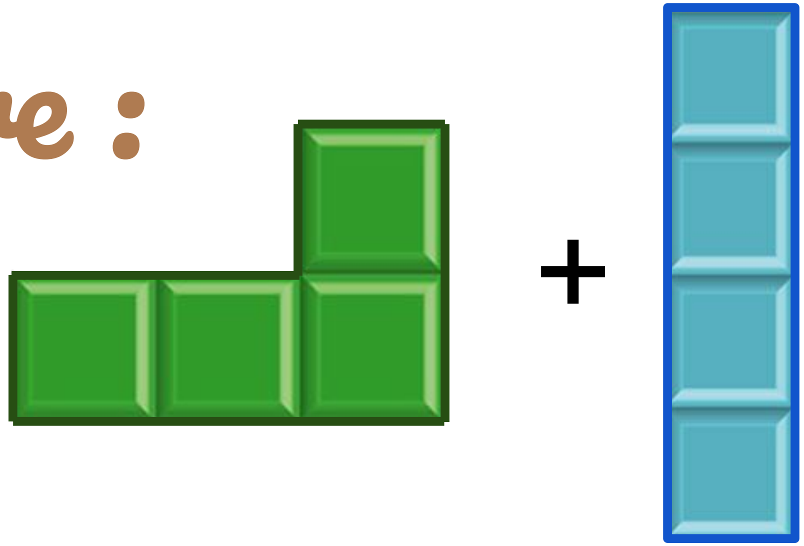
Combinaison de 2 pièces différentes

1. Le L et la barre

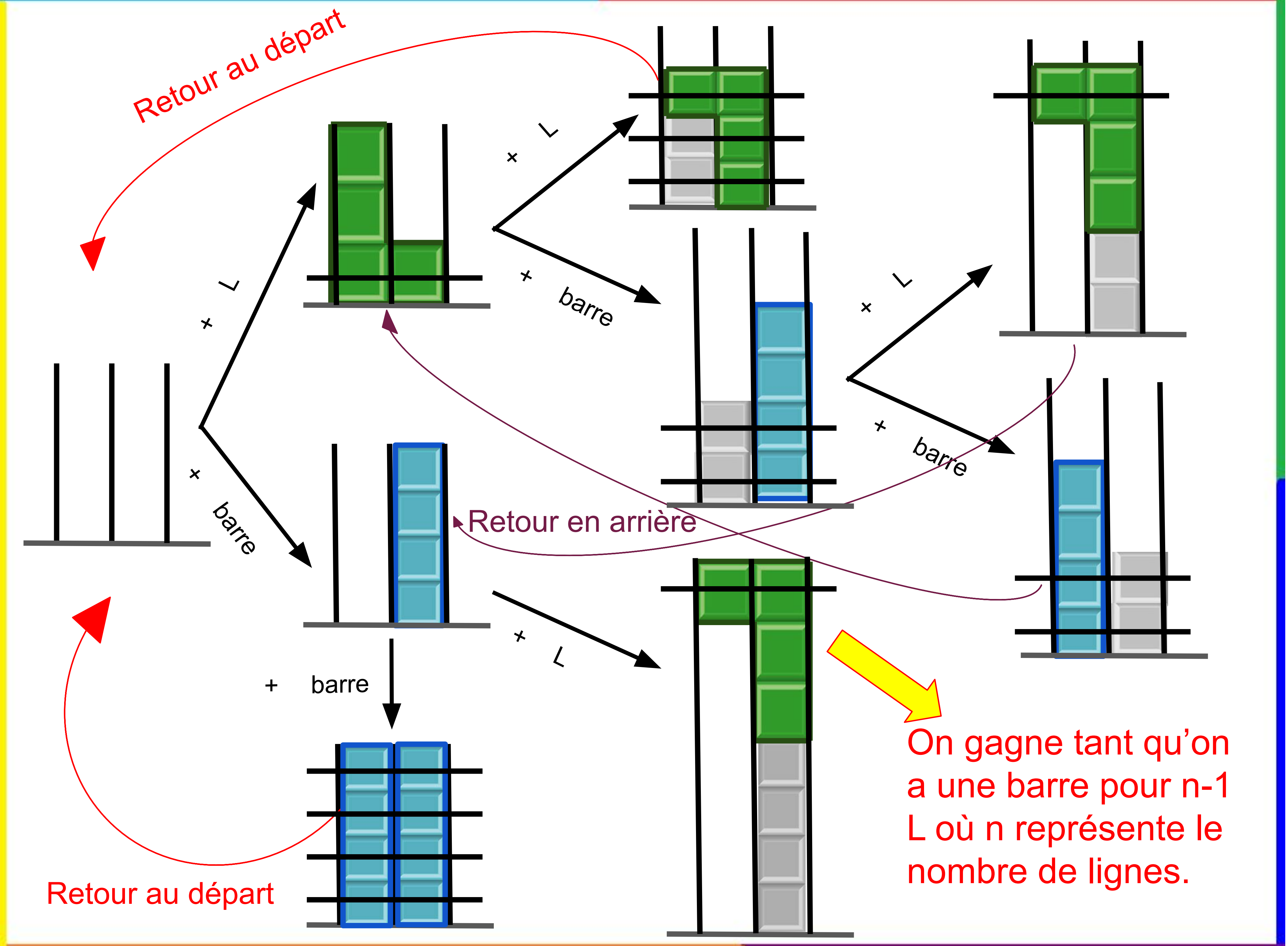
2. Le carré et la barre

3. Les deux L (dans les deux sens)

Le L et la barre :

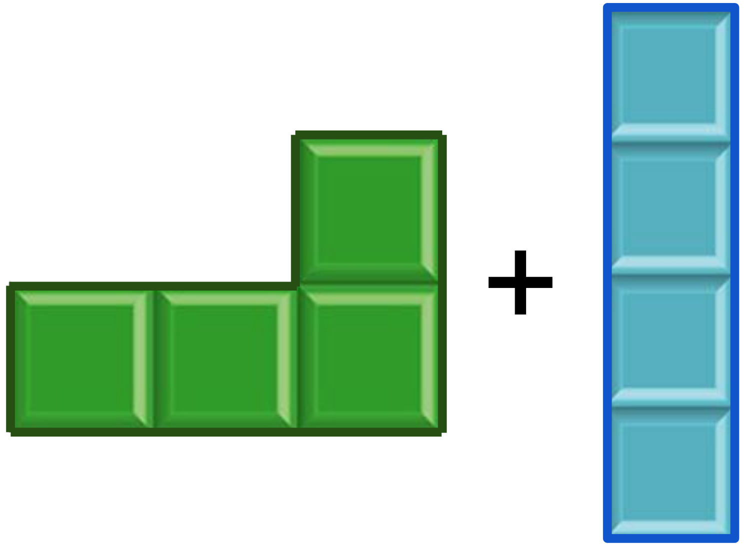


➔ Sur 2 colonnes

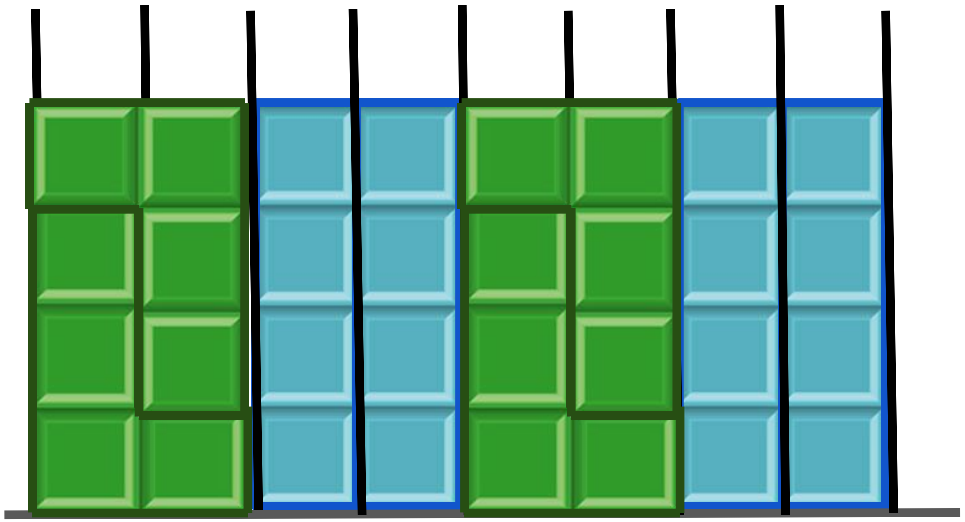


Retour au départ
+ L
+ barre
+ L
+ barre
+ L
+ barre
Retour en arrière
+ L
+ barre
Retour au départ
On gagne tant qu'on a une barre pour n-1 L où n représente le nombre de lignes.

Le L et la barre :



➢ Nombre de colonnes PAIRES:
<u>Cas général:</u>
Séparation de la matrice en colonnes de 2 (duet)
Consigne : combiner deux fois la même pièce (en commençant par la gauche)

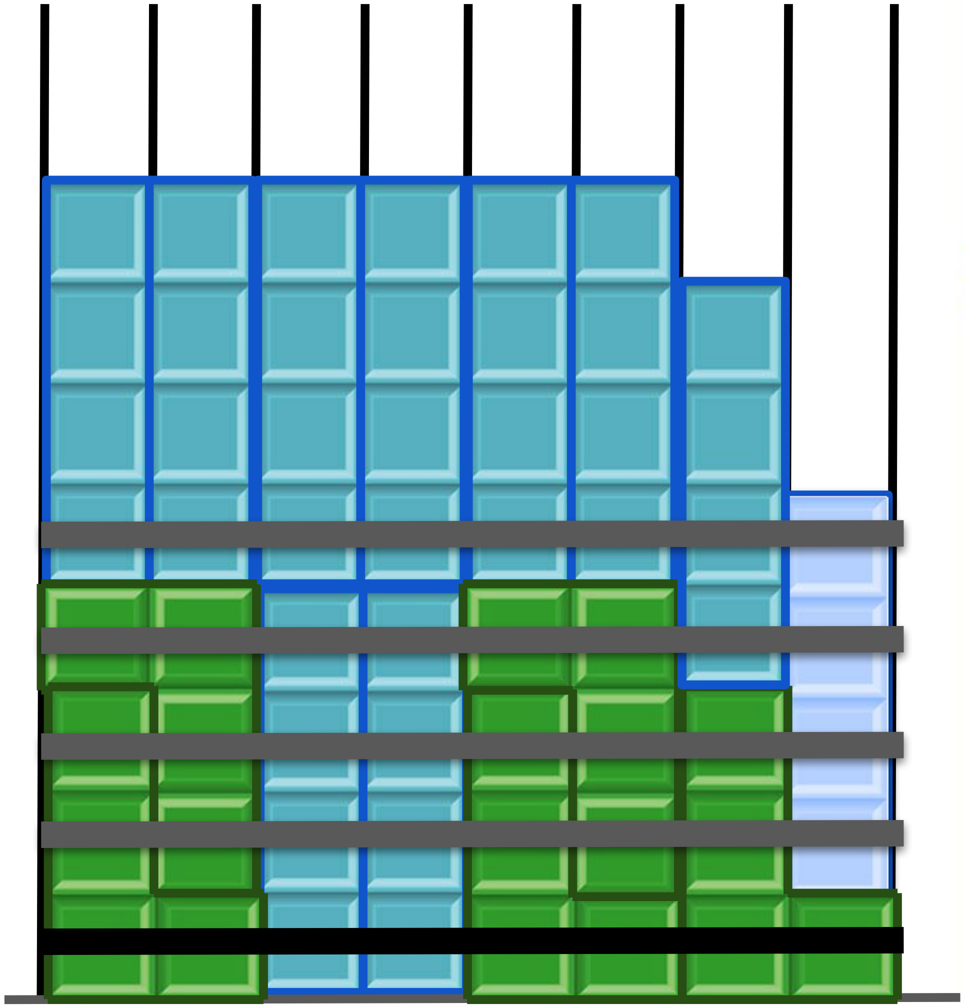


Le L et la barre :

<u>*Cas particulier :*</u> duet commencé avec un L

→ Monter un bloc au dessus en laissant le duet au dessus du trou vide. Puis mettre un barre à gauche.

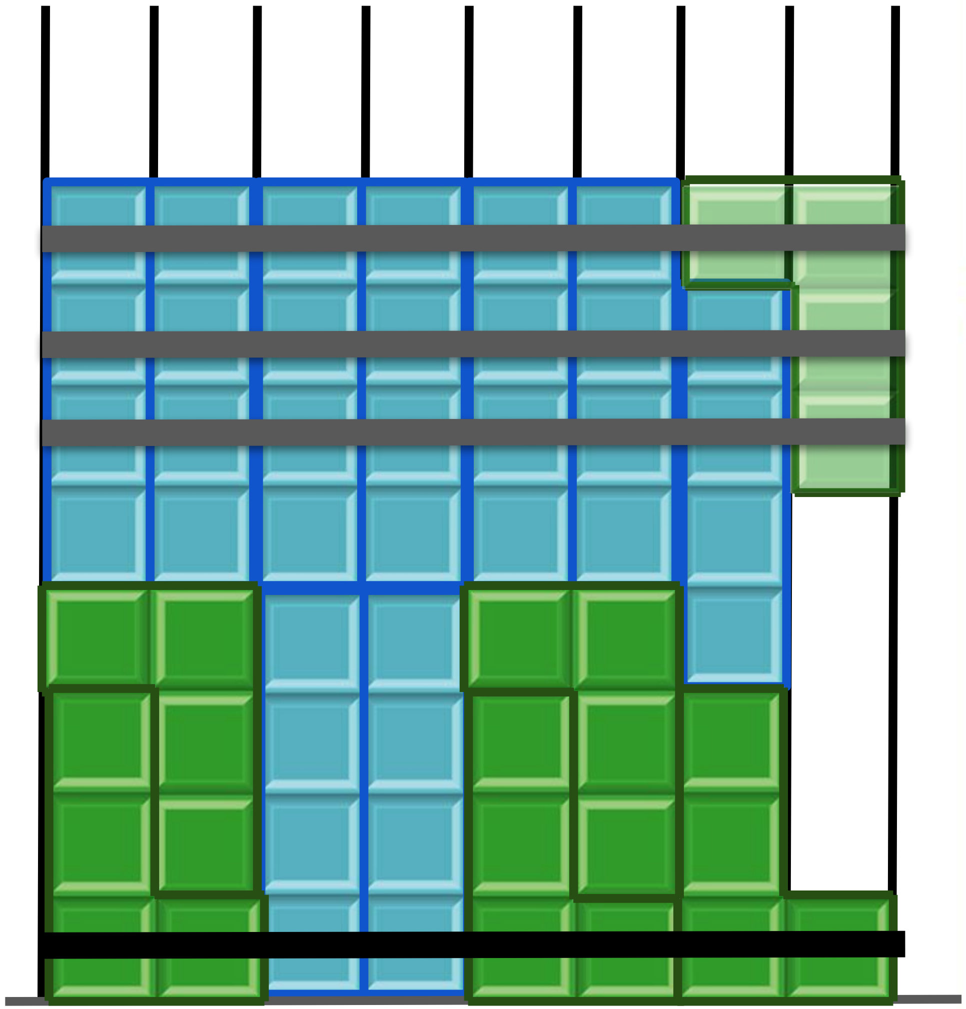
- Si la barre arrive, la mettre a droite du duet : configuration identique à un duet commencé avec un L (situation de départ)



Le L et la barre :

Cas particulier : duet commencé avec un L

- Si le L arrive, le mettre à droite du duet : configuration identique à un duet commencé par une barre

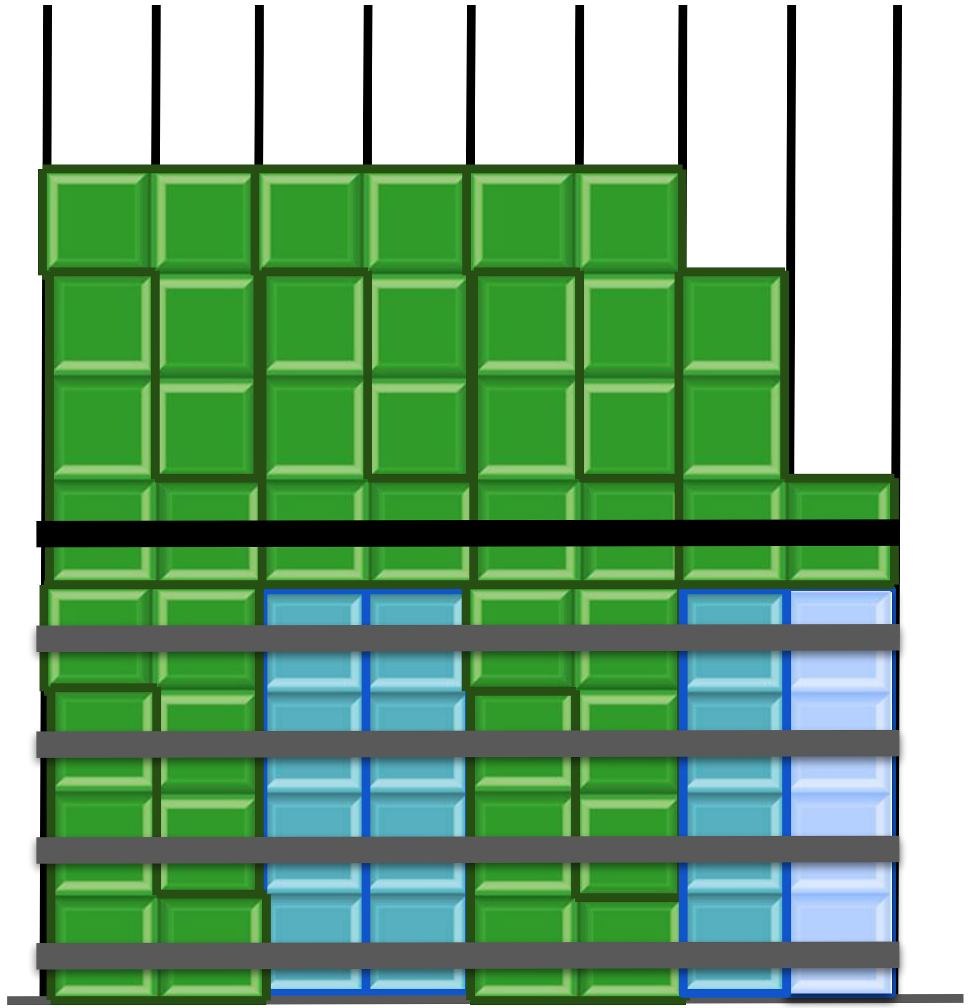


Le L et la barre :

<u>Cas particulier :</u> duet commencé avec une barre

→ Monter un bloc au dessus en laissant le duet au dessus du trou vide. Mettre le L à gauche.

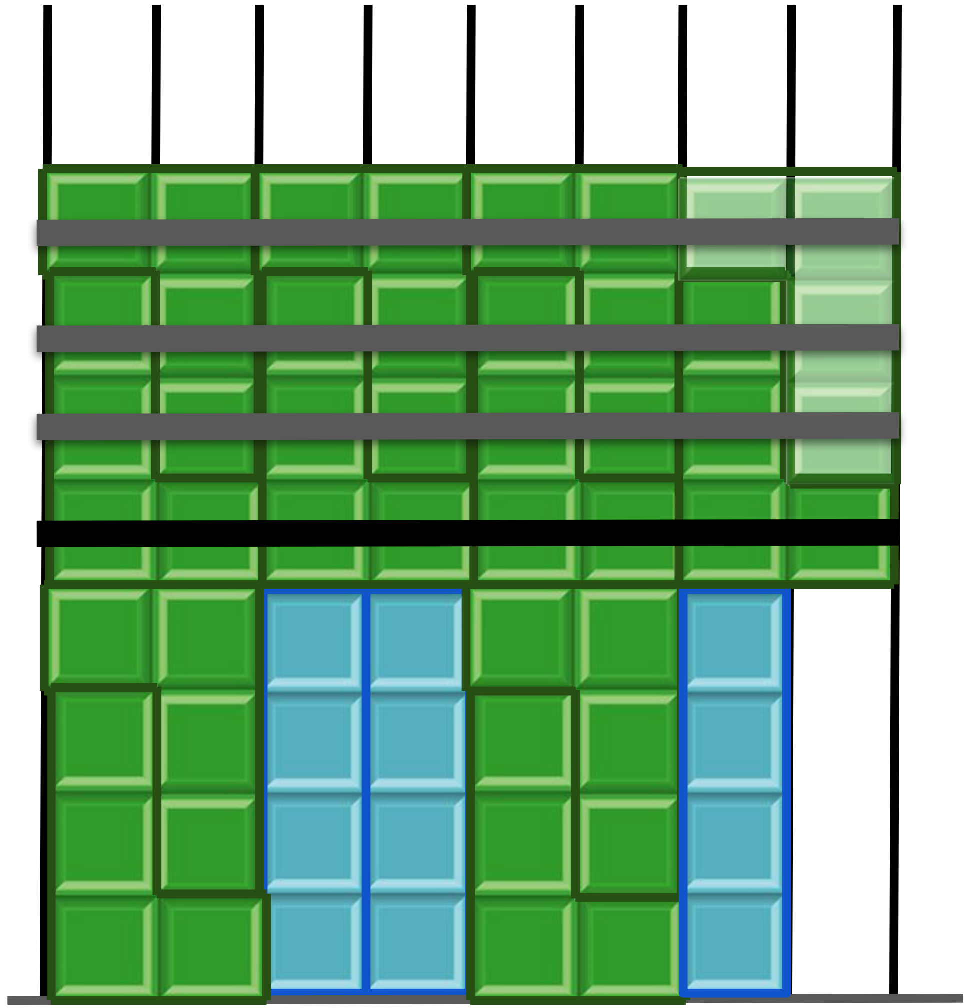
- Si une barre arrive, le mettre à droite du duet : configuration identique à un duet commencé avec un L



Le L et la barre :

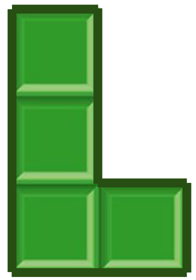
<u>Cas particulier :</u> duet commencé avec une barre

- Si le L arrive, le mettre à droite du duet : configuration identique à un duet commencé par une barre (situation de départ)



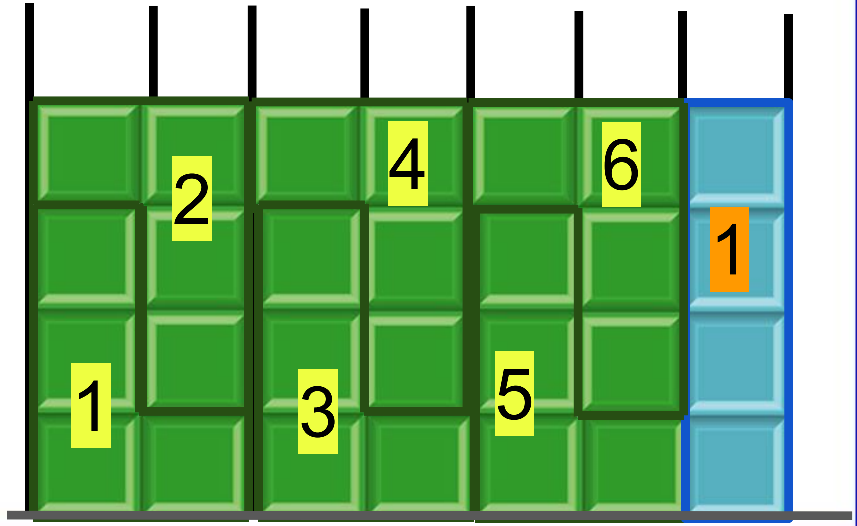
Le L et la barre :

- Nombre de colonnes IMPAIRES:
  Utiliser une succession de duets et ajouter un triplet (3 colonnes)
  Le triplet est constitué d'un duet et d'une barre
  POUR JOUER À L'INFINI IL FAUT AU MOINS :
  1 barre pour k L

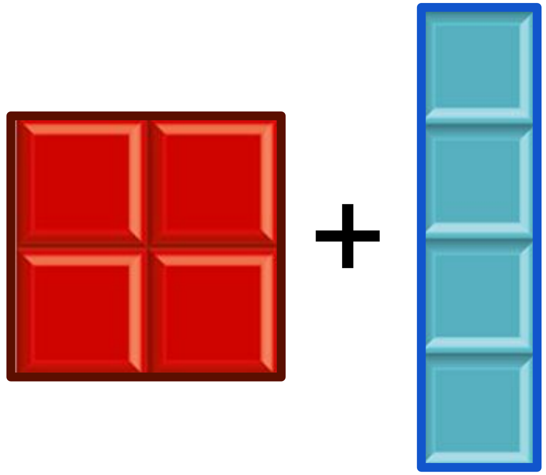


Si le nombre de lignes est impaires:
k L =(n colonnes-1)/2*(n lignes-1)/2

Si le nombre de lignes est paires
k L =(n colonnes-1)/2*(n lignes-2)/2



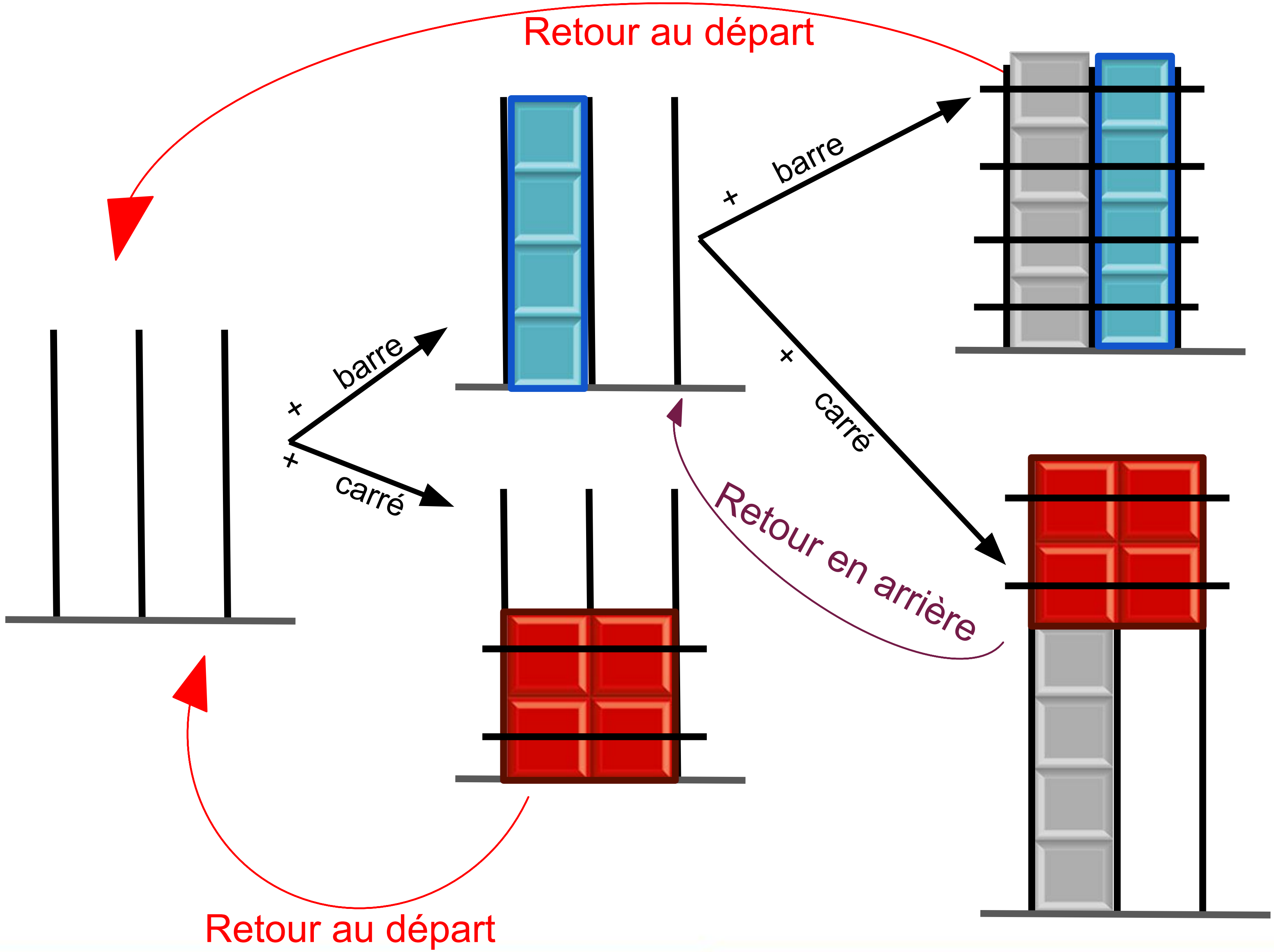
Le carré et la barre :



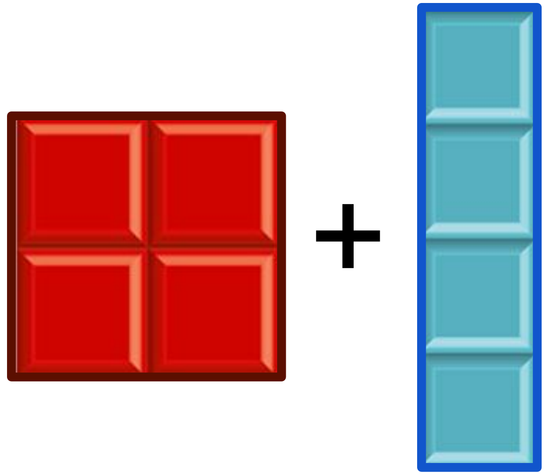
➔ Sur 2 colonnes

Graphe orienté pour le carré et la barre

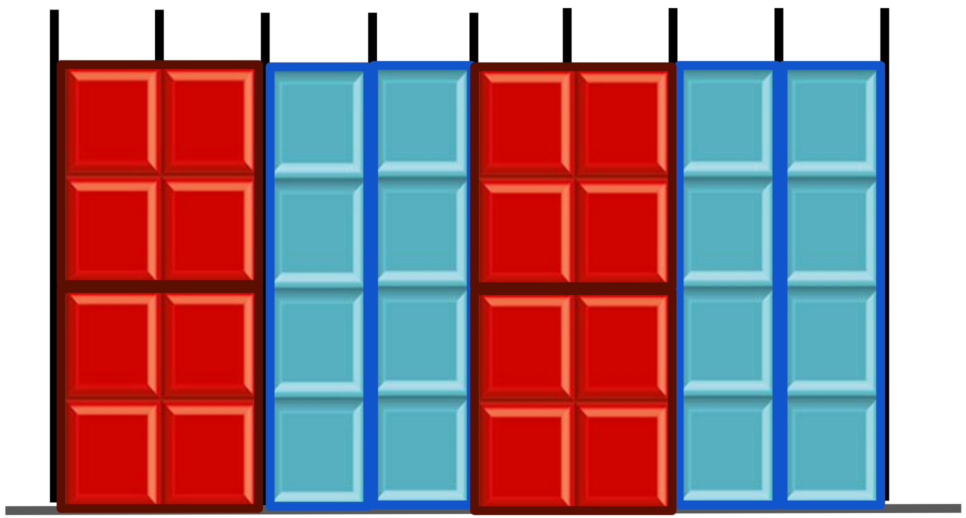
➔ Sur 2 colonnes:



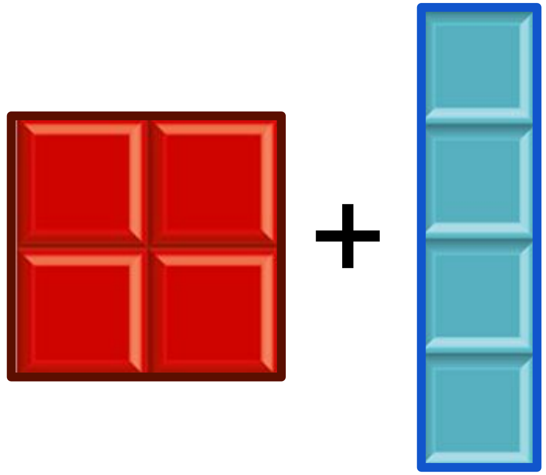
Le carré et la barre :



➢ Nombre de colonnes PAIRES:
<u>Cas général:</u>
Séparation de la matrice en colonnes de 2 (duet)
Consigne : combiner deux fois la même pièce (en commençant par la gauche)



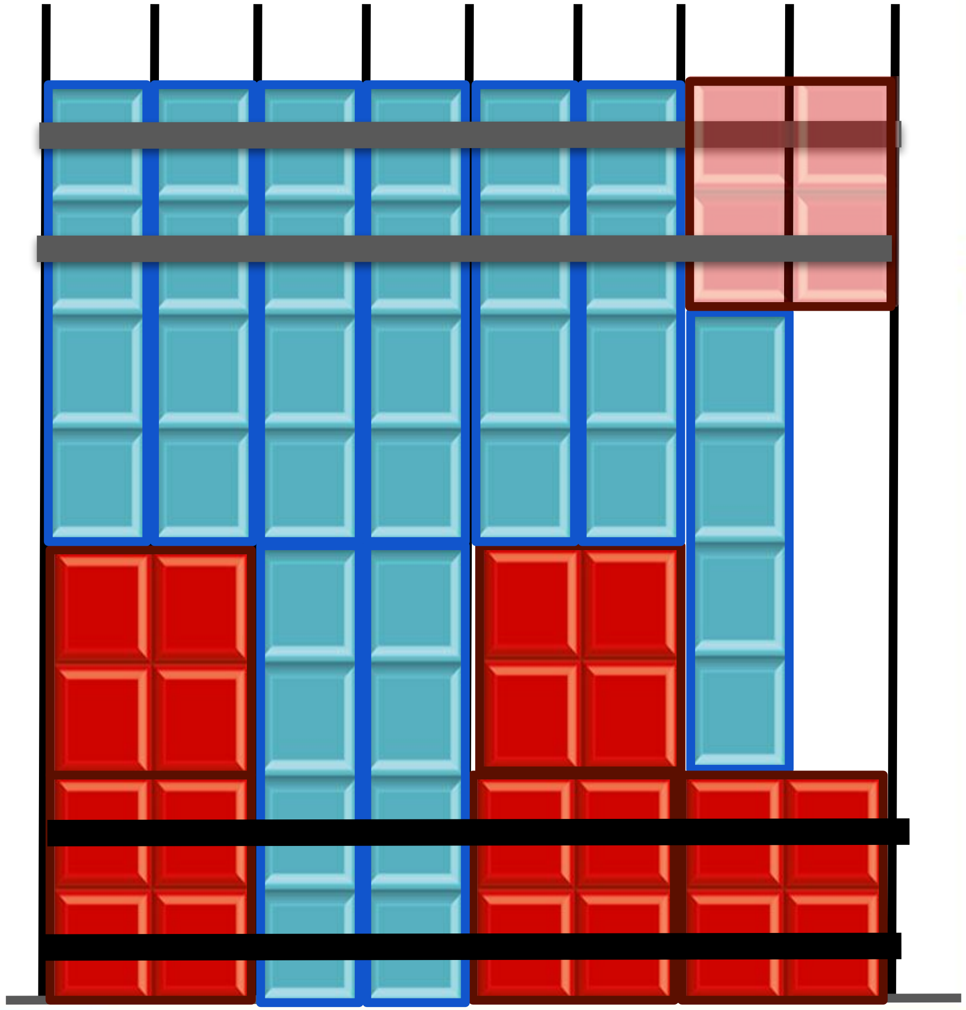
Le carré et la barre :



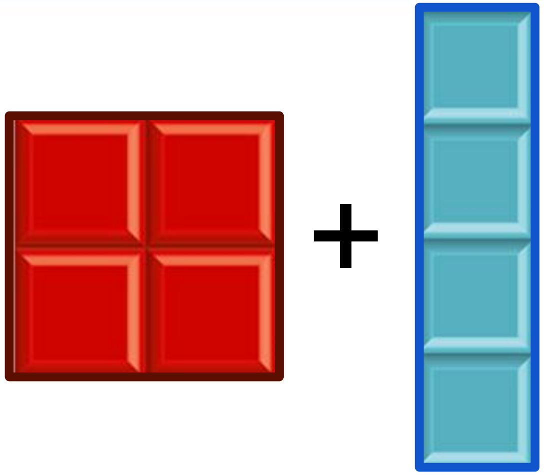
<u>*Cas particuliers :*</u> duet commencé par un carré

→ Monter un bloc au dessus en laissant le duet au dessus du trou vide. Mettre la barre à gauche.

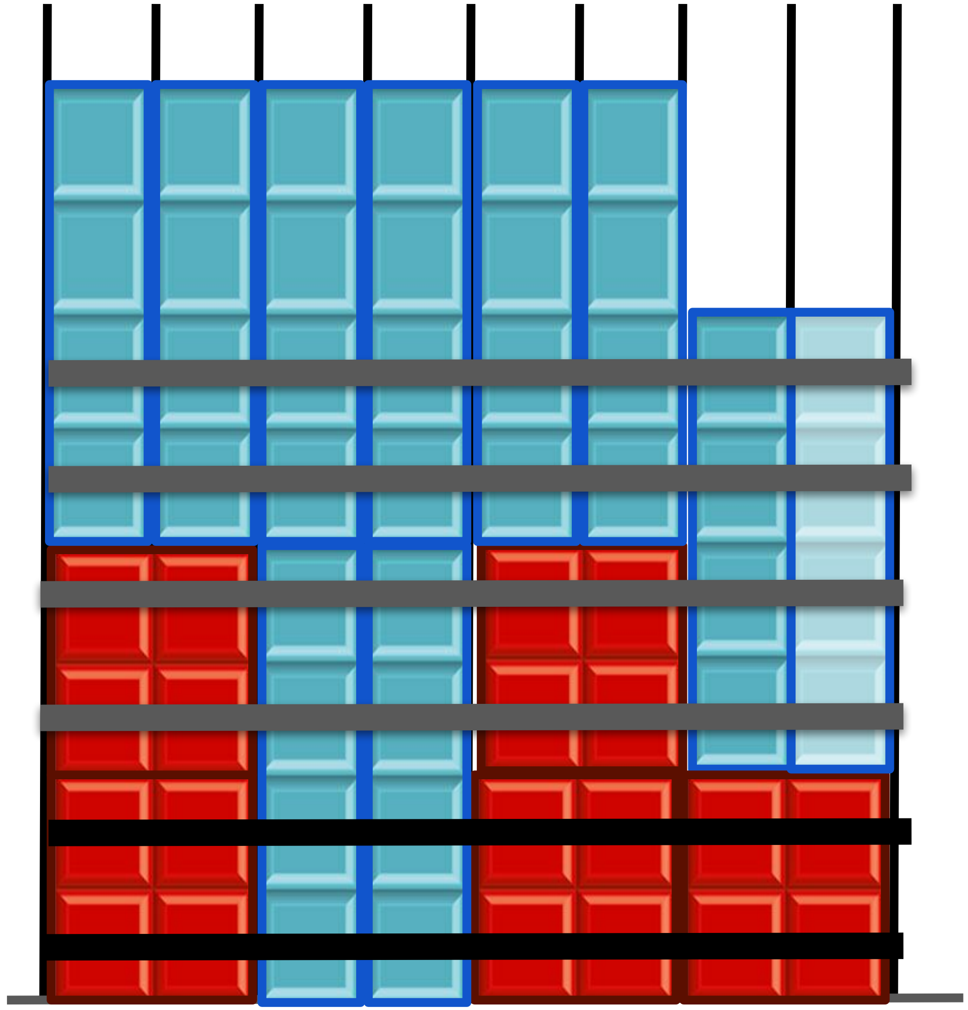
- Si un carré arrive : configuration identique à un duet commencé par une barre



Le carré et la barre :

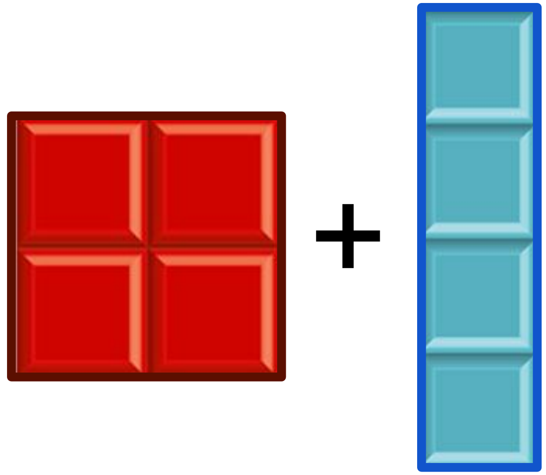


- Nombre de colonnes PAIRES:
  Cas particuliers : duet commencé par un carré

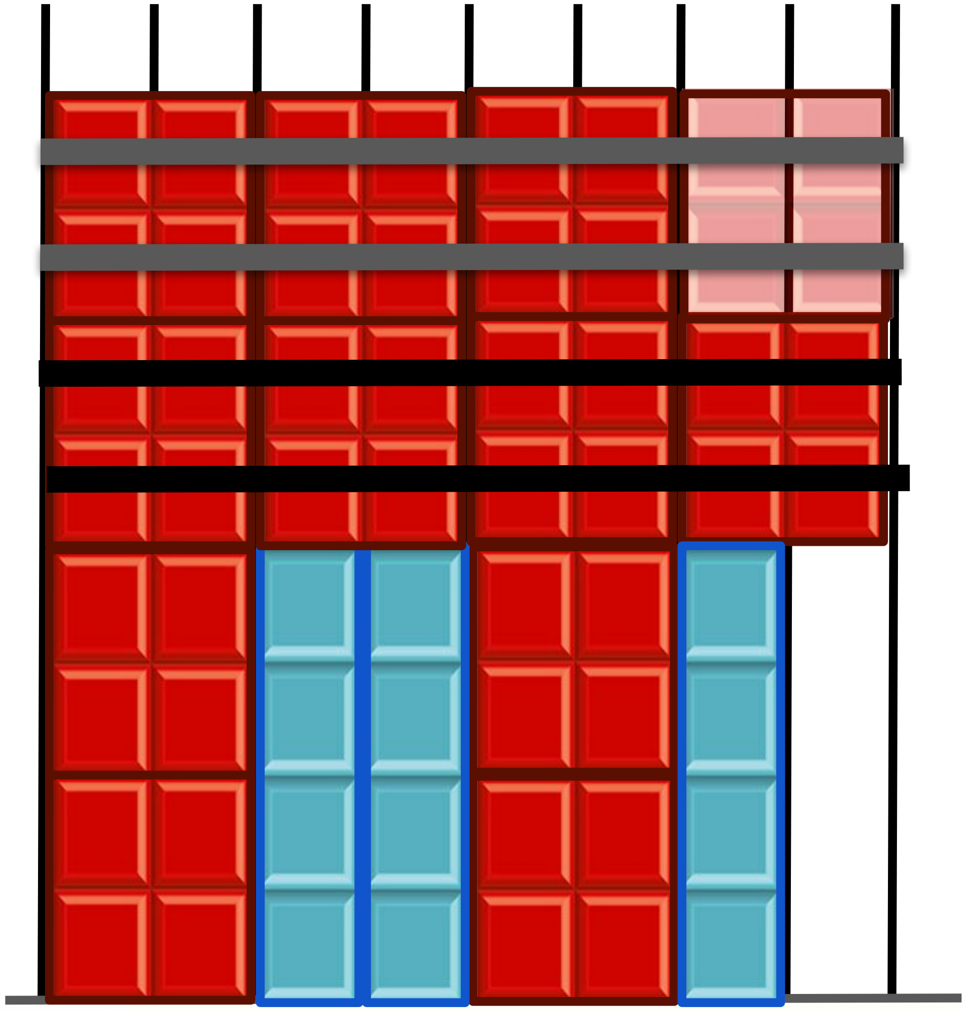


- Si une barre arrive, la mettre à droite du duet : configuration identique à un duet commencé par un carré(situation initiale)

Le carré et la barre :



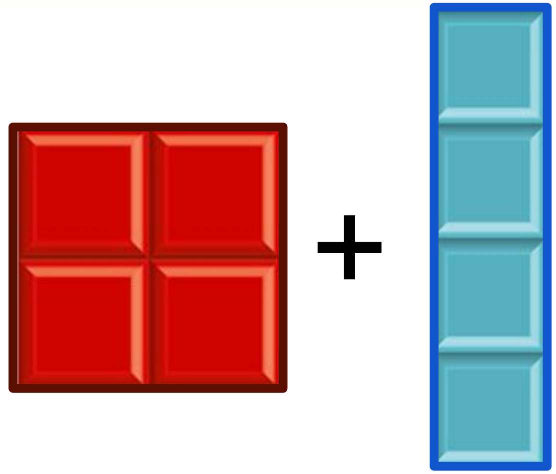
__Cas particuliers :__ duet commencé par une barre



→ Monter un bloc au dessus en laissant le duet au dessus du trou vide. Mettre un carré.

- Si un carré arrive : configuration identique à un duet commencé par une barre (situation initiale)

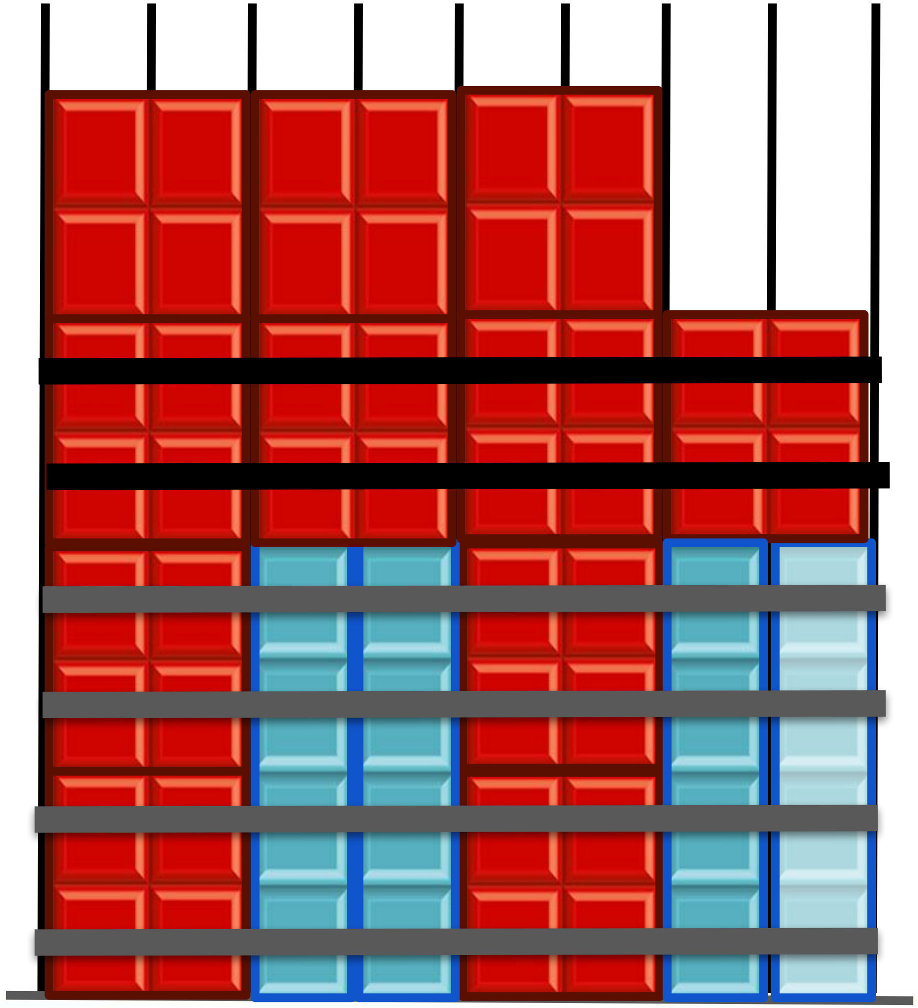
Le carré et la barre :



<u>Cas particuliers :</u> duet commencé par une barre

→ Monter un bloc au dessus en laissant le duet au dessus du trou vide. Mettre un carré.

- Si une barre arrive, la mettre à droite du duet : configuration identique à un duet commencé par un carré

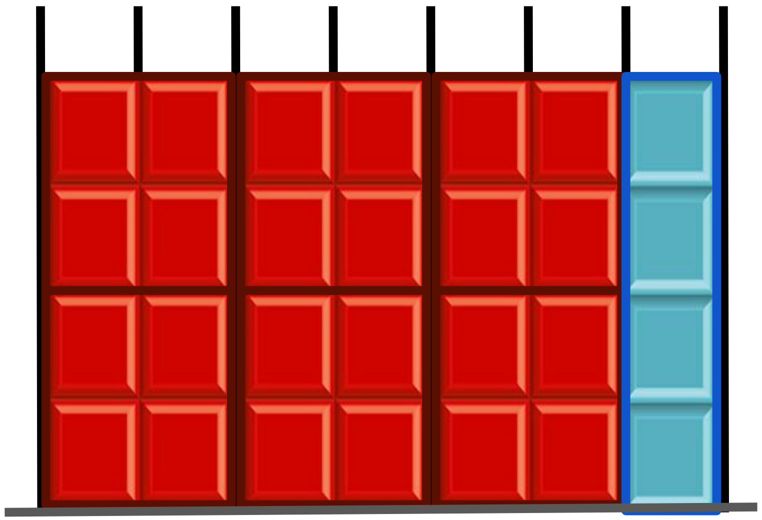


Le carré et la barre :

- Nombre de colonnes IMPAIRES:
  Utiliser une succession de duets et ajouter un triplet(3 colonnes)
  Le triplet est constitué d’un duet et d’une barre
  POUR JOUER A L’INFINI IL FAUT AU MOINS:
  1 barre pour k carrés

Si le nombre de colonnes est impaires:
k carrés =(n colonnes-1)*(n lignes-1)/4

Si le nombre de colonnes est paires
k carrés =(n colonnes-1)*(n lignes-2)/4



Exemple :

ici n colonnes est impaires

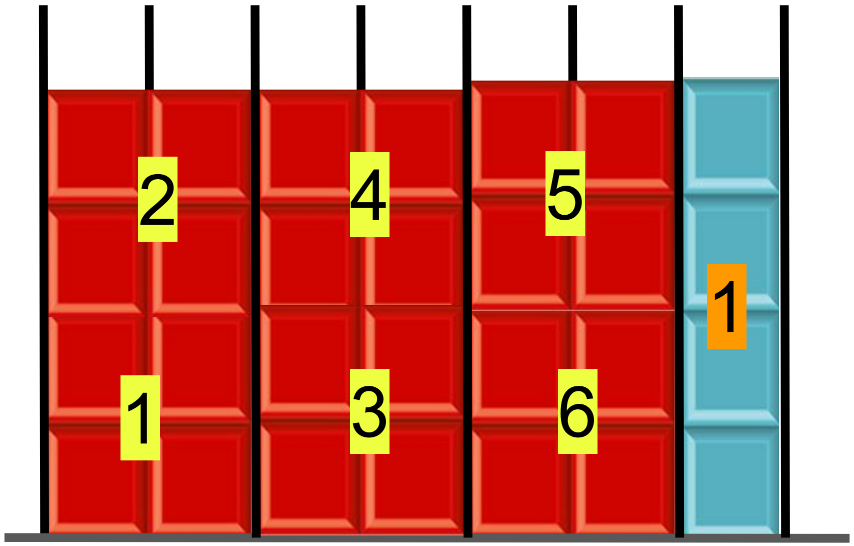
k carrés = (n colonnes-1)*(n lignes-1)/4

= (7-1)*(5-1)/4

= 6*4/4

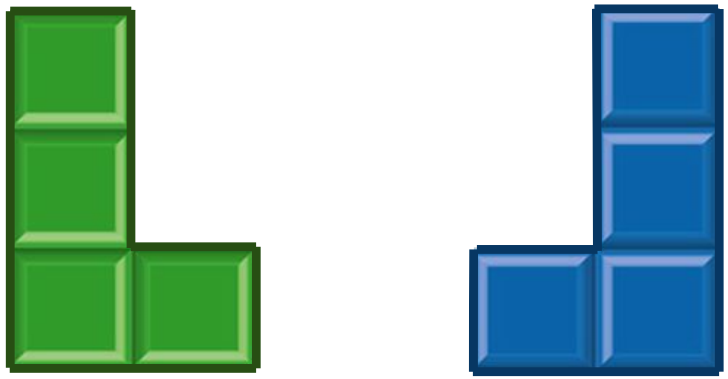
nombre carrés :

6 pour 1 barre



Les deux L sur une largeur de deux

Vision=2



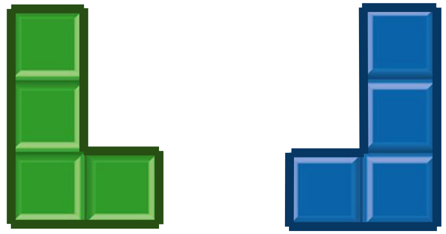
<u>Résultat</u> :

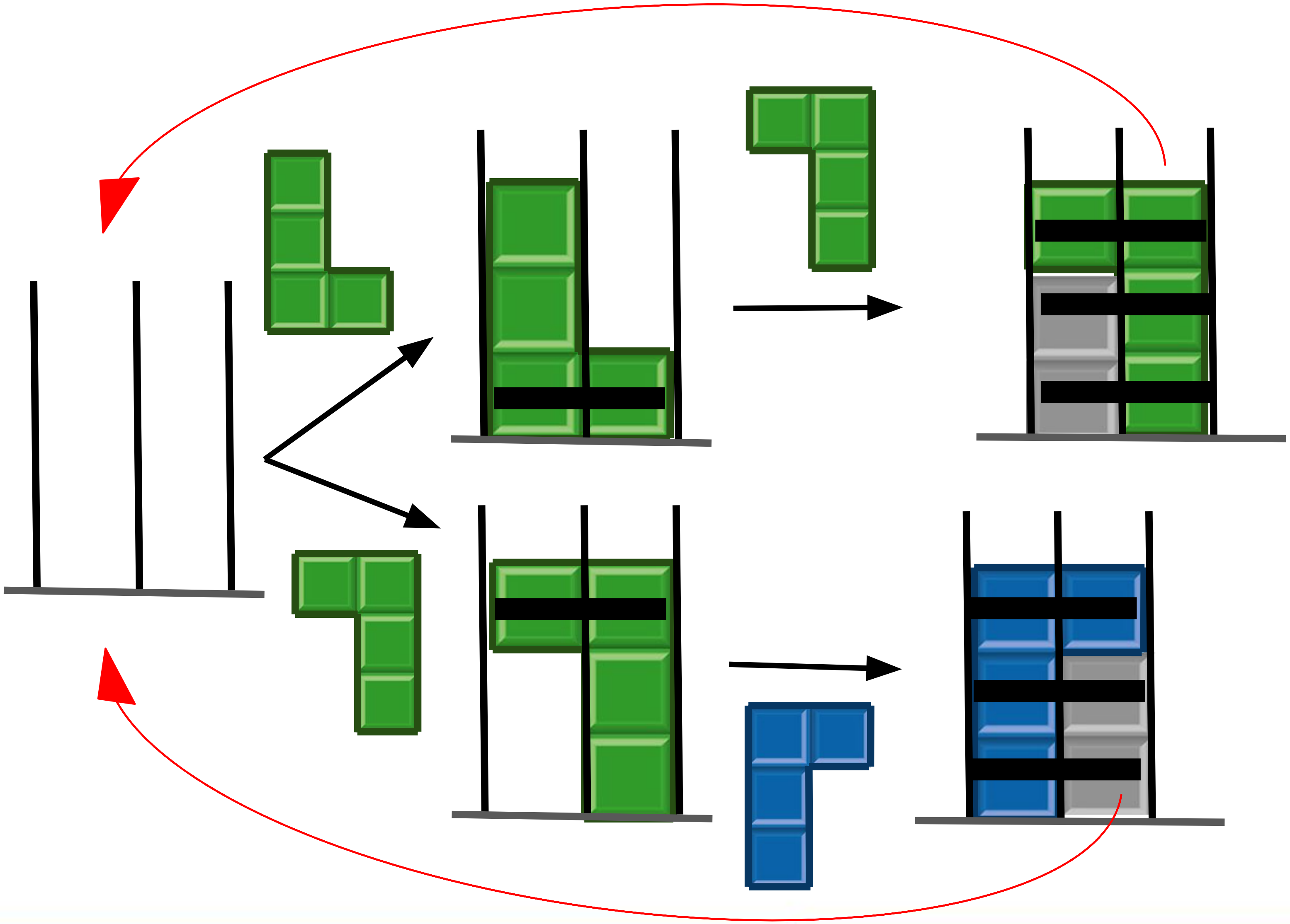
Sur une largeur de 2, si nous connaissons au moins deux pièces en avance alors nous pouvons jouer à l'infini.

Les deux L sur une largeur de deux

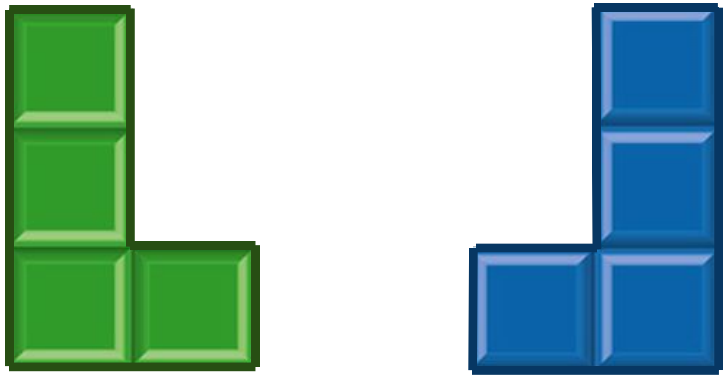
Vision=2

Démonstration





Les deux L en <u>alternance</u> sur une largeur de 3

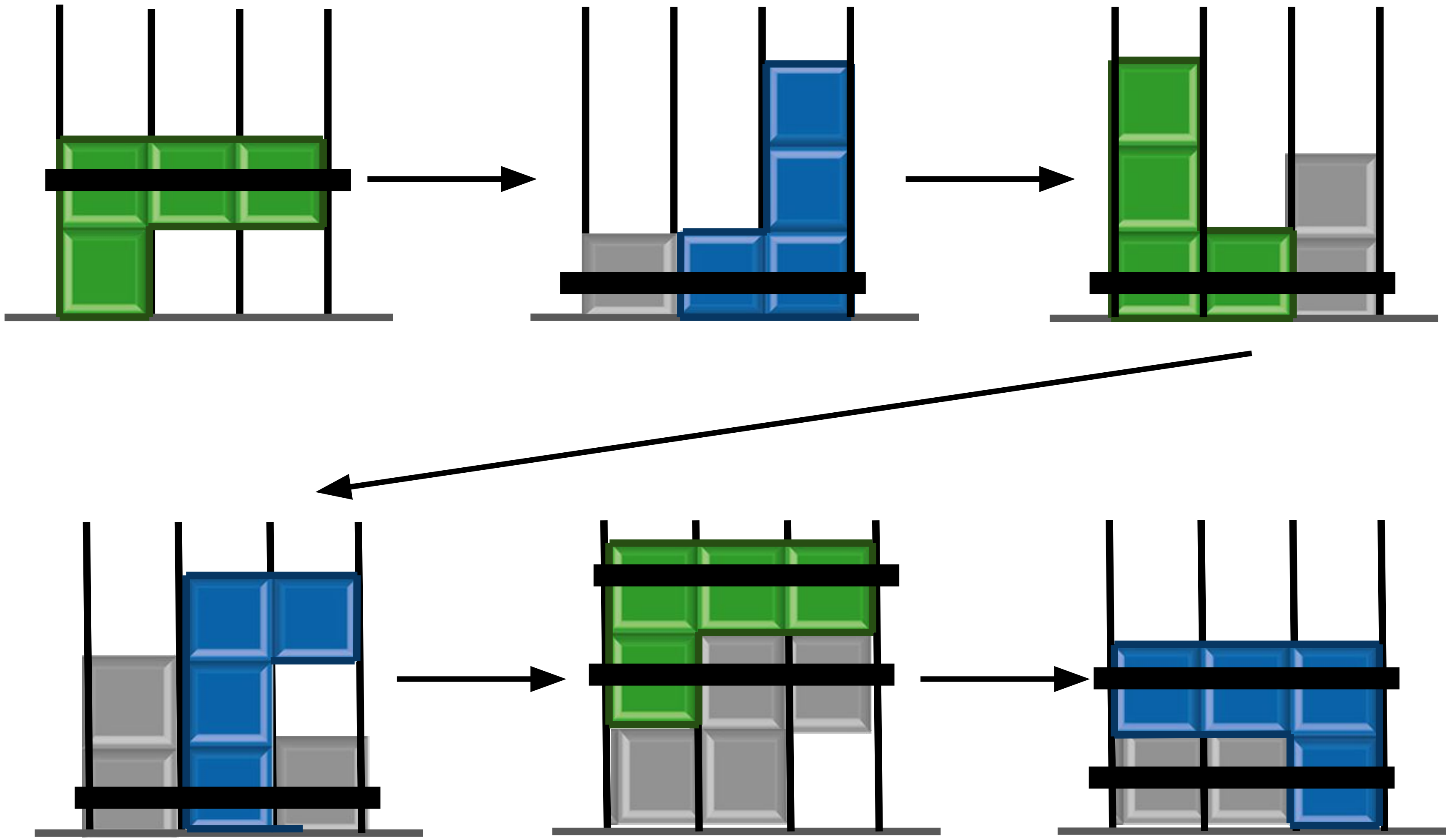


<u>Résultat :</u>

Nous pouvons jouer à l’infini en alternance avec les deux L.

Les deux L en <u>alternance</u> sur une largeur de 3

Démonstration



Approche algorithmique

Une autre approche

Sur un tableau standard (10 de largeur), Il y a trop de possibilités à prouver pour jouer avec toutes les pièces de façon exacte.

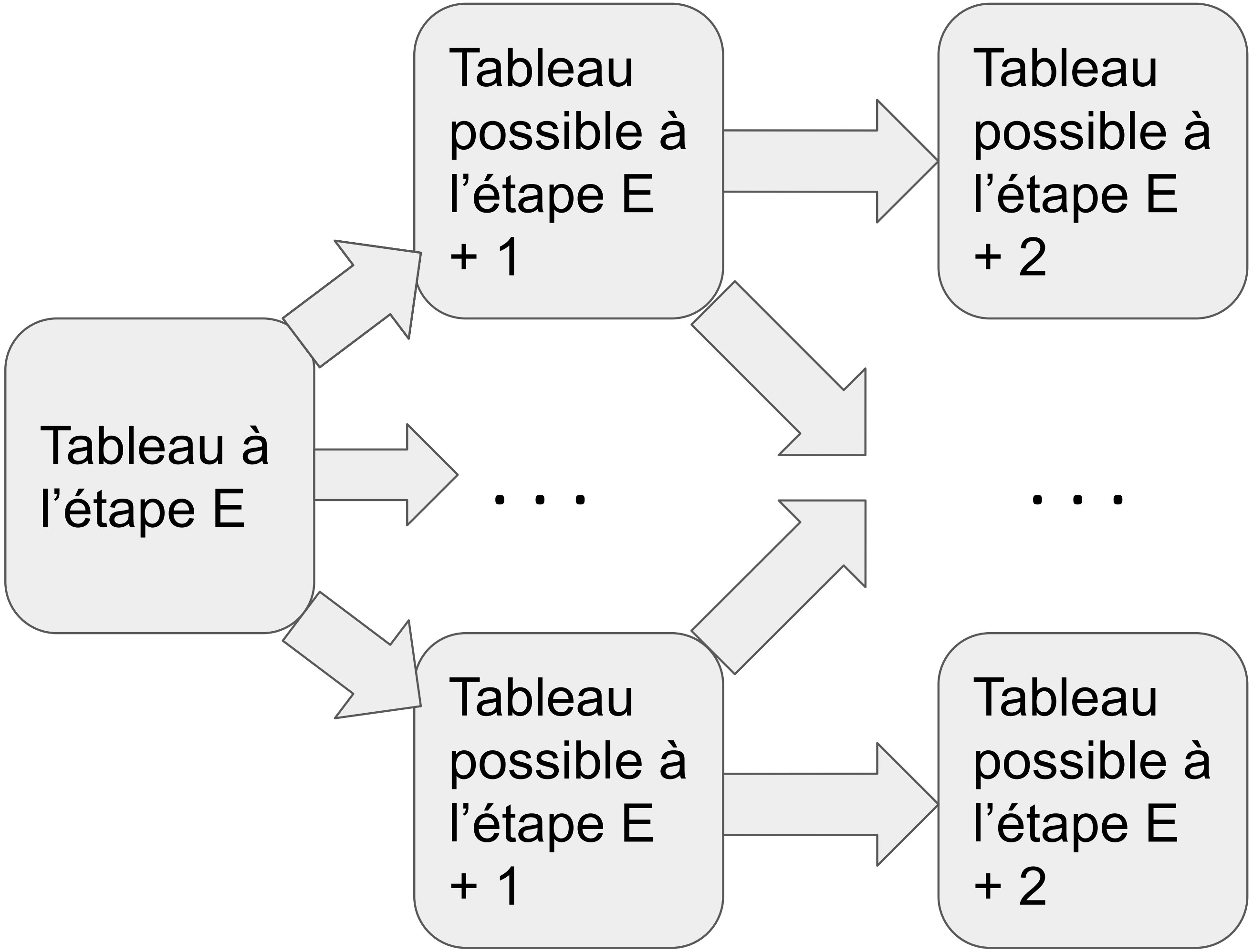
Une solution algorithmique peut donc être envisagée pour jouer sur un tableau standard, de façon standard (pièces aléatoires)

On se donne:

- la liste des N prochaines pièces, N sera appelé **vision**
- l’état du tableau actuel

Le fonctionnement prévu

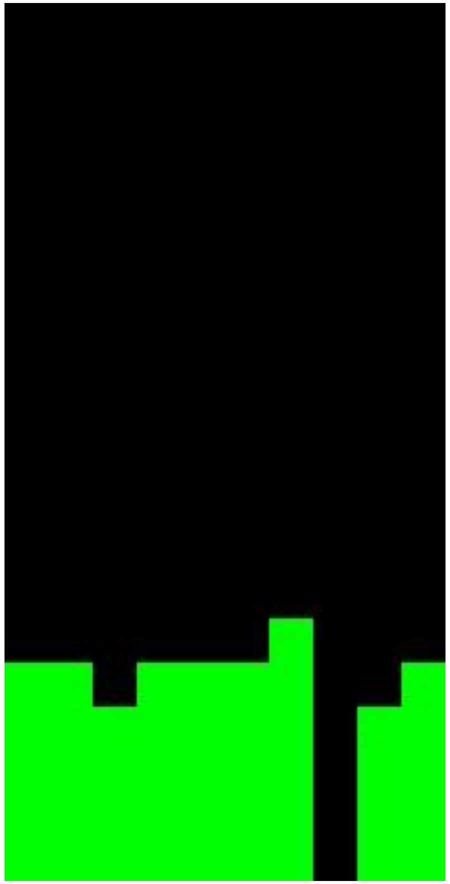
L'ordinateur génère toutes les possibilités de placement des N prochaines pièces, et choisit la meilleure. Exemple conceptuel avec une vision de 2, et le tableau à l'étape E :



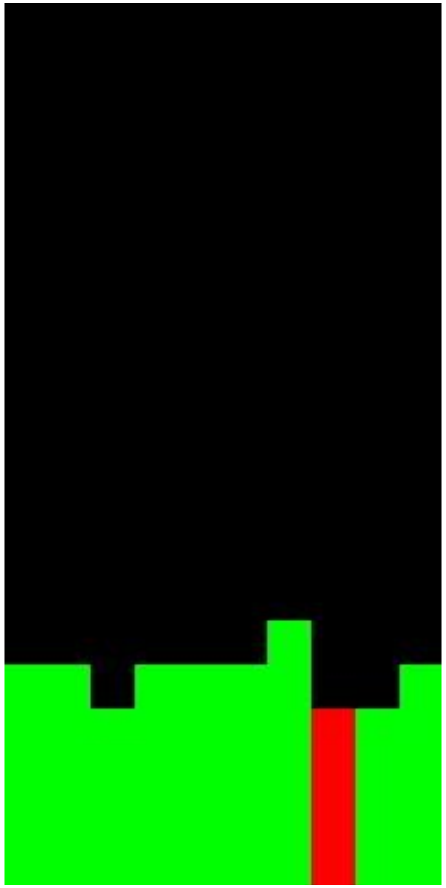
Si cette branche est la meilleure, alors le placement au début de sa branche va donc être effectué dans le tableau

Un exemple réel simple avec une vision de 1

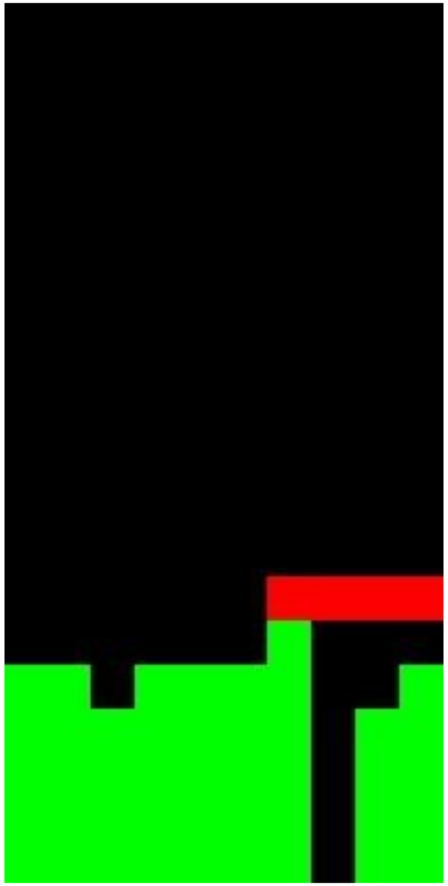
Le tableau actuel, une barre est donnée



Voici 2 possibilités de placement, la meilleure est évidente pour un joueur humain



P1



P2

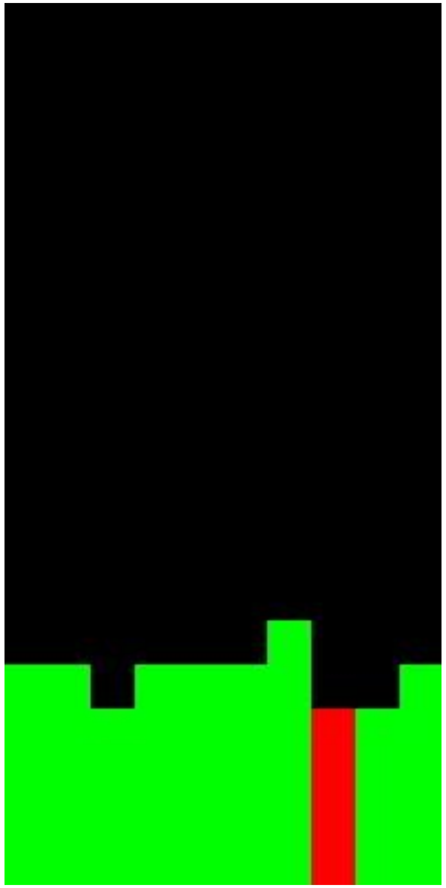
Comment choisir parmi les branches ?

Chaque possibilité de pose d’une pièce est appelée une “**accroche**”

5 facteurs ont été retenus:

- le nombre de cases remplies directement en dessous d’une accroche
- le nombre de cases remplies sur les côtés de l’accroche
- l’altitude d’une accroche
- le nombre de cases vides inatteignables créées par une accroche
- le nombre de lignes effacées par l’accroche

Revenons à notre exemple



Aucune case vide inatteignable créé

Le sol en dessous est une case remplie

altitude 0

4 lignes effacées

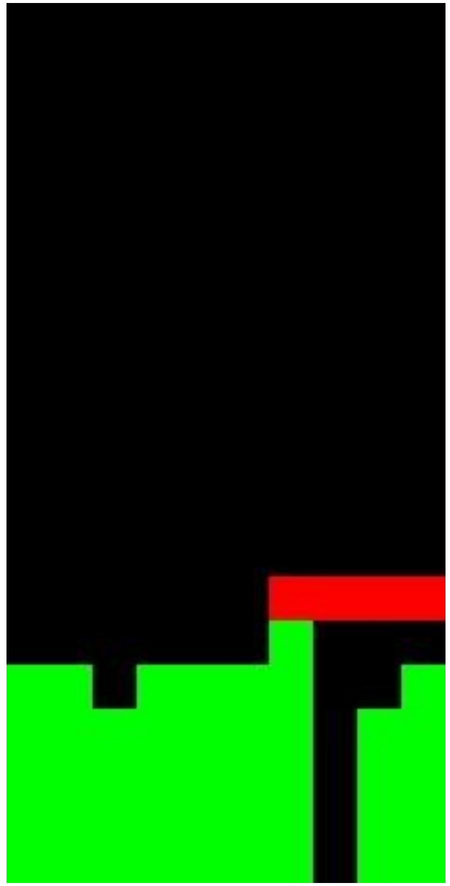
P1

9 cases vides inatteignables créées

1 case remplie directement en dessous, et 1 sur le côté (le mur)

Altitude 7

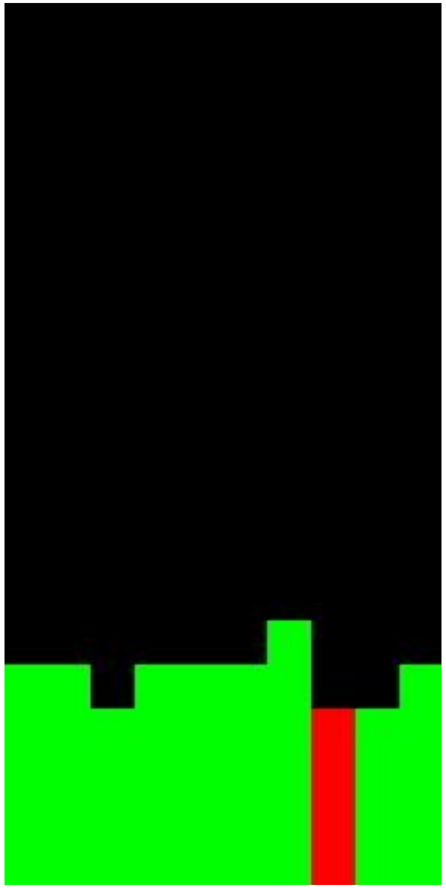
0 lignes effacées



P2

Donner un score à chaque accroche

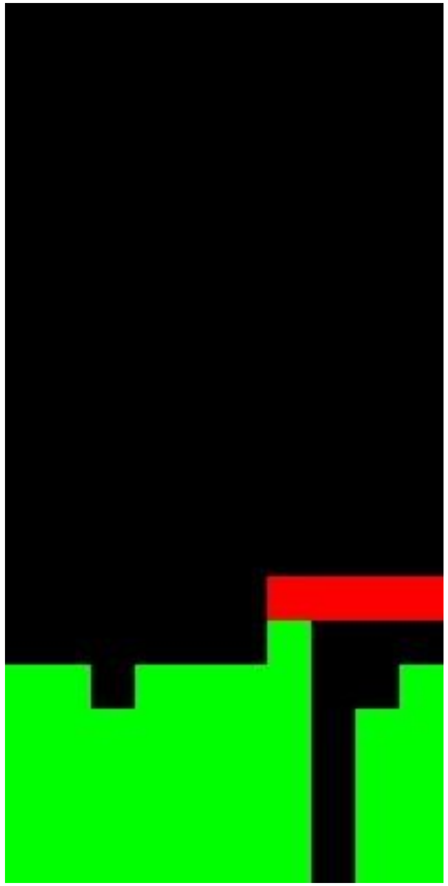
Pour comparer les accroches, nous devons leur associer un score rassemblant toutes leurs caractéristiques, et donc les pondérer selon leur importance. Avec pour coefficients {1;2;3;4;5}:



P1

1 x 1 +
8 x 2 +
4 x 3 -
0 x 4 -
0 x 5
= 29

1 x 1 +
1 x 2 +
0 x 3 -
7 x 4 -
9 x 5
= -70



P2

29 > -70
P1 est donc choisie

Comment juger de la qualité d’une branche ?

On fait la somme des scores des accroches la composant, en valorisant les accroches les plus proches du “présent”

Avec une vision de 2, et des coefficients choisis pour leur meilleur score parmi 1 million de simulations, l’algorithme arrive à jouer plus de 100 000 coups sans perdre

Conclusion

Une étude réalisée par:

Les élèves de Jean Paul Sartre:

- Clémence
- Eliott
- Emilia
- Fabien
- Flavie
- Louis
- Lucas
- Manon
- Nattan
- Romain Labed
- Romain Luc
- Shanna
- Sarah

et leurs professeures Mme Bruyère et Mme Favre

Les élèves de Edouard Herriot:

- Antonin
- Baptiste
- Baptiste
- Hippolyte
- Pierre
- Thomas

et leurs professeures Mme Di Fazio et Mme Desquesne

Les chercheurs:

- Aline Parreau
- Quentin Deschamps